

答案卷

一、單選題：（每題 4 分，共 12 分。請選出最適合的選項，全對才給分。）

1	2	3	
(4)	(1)	(2)	

二、多選題：

- 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。
- 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4	5	6	7
(1)(2)(5)	(3)(5)	(4)(5)	(1)(2)(3)

三、選填題：

- 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 – 37)。
- 每題完全答對給 6 分，共 60 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A	B	C	D
$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{2}$	10	22
E	F	G	H
$\frac{3}{2}$	$\frac{4560}{7}$	$3\sqrt{7}$	327500
I	J		
$(-1, 2)$	-64		

注意：請於答案卡 (卷) 上畫 (寫) 上正確身分資料，

若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，統一扣該科總成績 5 分。

一、單選題：(每題 4 分，共 12 分。請選出最適合的選項，全對才給分。)

1. 有 100 元、200 元、300 元的紅包各一個。由甲、乙兩人依序各抽取一個紅包，抽取後不放回，且每個紅包被抽取的機會均等。設隨機變數 X 表示甲、乙兩人紅包金額的總和，則 X 的期望值 $E(X) = ?$

(1) 100 元 (2) 200 元 (3) 300 元 (4) 400 元 (5) 500 元

2. 袋中有大小相同的紅球 5 顆、白球 x 顆。每次從袋中任取 1 球，觀察顏色後再放回袋中，共取球 n 次，設每顆球被取到的機率均等且每一次取球都為獨立事件。已知取到紅球次數的期望值為 10 次，標準差為 3 次，則 $x + n$ 之值為？

(1) 145 (2) 100 (3) 90 (4) 45 (5) 30

3. 某公司尾牙舉辦小遊戲。每位員工擲三枚均勻銅板一次，若出現三個反面可得獎金 400 元；若出現一正兩反可得獎金 600 元；若出現兩正一反可得獎金 800 元；若出現三個正面可得獎金 1000 元並且獲得再擲一次的機會，其獲得獎金規則與前述相同，但不再有繼續投擲銅板的機會 (也就是說每位員工最多有兩次擲銅板的機會)。試問每位參加活動的員工可獲得獎金的期望值為何？

(1) 700 (2) $\frac{1575}{2}$ (3) 600 (4) $\frac{2025}{4}$ (5) 500

二、多選題：

1. 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。
2. 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4. 甲、乙兩人依序從 1、2、3、4 四個數字中任選一個數字，不可重複選取。已知每個數字被選到的機會均等，並令隨機變數 X 表示甲、乙所選數字的差之絕對值。試選出正確的選項。

(1) $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ (2) $P(X = 2) = \frac{1}{3}$ (3) $P(X = 3) = \frac{1}{4}$ (4) $P(X \geq 2) = \frac{7}{12}$ (5) $P(X \leq 3) = 1$

5. 已知 α 、 β 為方程式 $x^2 - 4x + 9 = 0$ 的兩根，試選出正確的選項。

(1) $(\alpha - \beta)^2 = 20$ (2) $\alpha^2 + \beta^2 = 2$ (3) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{4}{9}$ (4) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{9}$ (5) $\alpha^3 + \beta^3 = -44$

6. 已知複數平面上的相異四點 $A(z_1)$ 、 $B(z_2)$ 、 $C(z_3)$ 、 $D(z_4)$ ，且 $ABCD$ 依逆時針方向可連成一個邊長為 2 的正方形，則下列選項哪些正確？

(1) $z_1 - z_2 + z_3 - z_4 = i$ (2) $\frac{z_2 - z_1}{z_4 - z_3} = 1$ (3) $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1} = 1 - i$ (4) $\frac{z_3 - z_1}{z_4 - z_2} = -i$ (5) $|z_2 - z_1| = 2$

7. 設複數 z 的虛部不為 0 且 $|z| = 2$ 。已知在複數平面上， -1 、 z 、 z^2 共線。試選出正確的選項。

- (1) $\frac{z^2 - z}{z + 1}$ 的虛部為 0。
 (2) z 的實部為 $-\frac{3}{2}$ 。
 (3) z 滿足 $z^2 + 3z + 4 = 0$ 。
 (4) $z \cdot \bar{z} = 2$ 。
 (5) 在複數平面， 1 、 z 、 z^2 共線。

三、選填題：

1. 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 - 37)。
 2. 每題完全答對給 6 分，共 60 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 若隨機變數 X 的可能值為 1、3、5、7，其出現的機率 $P(X = k)$ 與 k 成正比，則機率 $P(X = 3)$ 之值為 $\frac{\textcircled{8}}{\textcircled{9}\textcircled{10}}$ 。
 (化為最簡分數)
- B. 假設某張證照的通過率為 $p = \frac{2}{5}$ ，則取得該證照的考照次數的期望值為 $\frac{\textcircled{11}}{\textcircled{12}}$ 。(化為最簡分數)
- C. 設複數 z 滿足 $|z| + z = 18 + 12i$ ， $\bar{z}$ 為 z 的共軛複數，則 $z + \bar{z} = \textcircled{13}\textcircled{14}$ 。
- D. 若實係數方程式 $x^3 + ax^2 + bx - 39 = 0$ 有兩虛根 $p + 2i$ 與 $3 + qi$ ，其中 p 、 q 為實數。則 $a + b$ 的值為 $\textcircled{15}\textcircled{16}$ 。
- E. 假設某棒球隊在任一局發生失誤的機率都等於 p (其中 $0 < p < 1$)，且各局之間發生失誤與否互相獨立。令隨機變數 X 代表一場比賽 9 局中出現失誤的局數，且令 p_k 代表 9 局中恰有 k 局出現失誤的機率 $P(X = k)$ 。已知 $p_4 + p_5 = \frac{9}{25}p_3$ ，則該球隊在一場 9 局的比賽中出現失誤局數的期望值為 $\frac{\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。(化為最簡分數)
- F. 某商店以抽獎方式販售一熱門公仔，每次抽獎都互相獨立且抽中的機率為 $\frac{3}{7}$ 。參加者先付 560 元得到兩次抽獎機會，只要抽中即停止抽獎且得到一個公仔；若這兩次皆未抽中，則必須再多付 280 元得到一個公仔。假設花費金額不設限直到得到一個公仔為止，則得到一個公仔所需付金額的期望值為 $\frac{\textcircled{19}\textcircled{20}\textcircled{21}\textcircled{22}}{\textcircled{23}}$ 元。(化為最簡分數)
- G. 設 O 為複數平面上的原點，並令點 A 、 B 分別代表複數 z_1 、 z_2 ，且滿足 $|z_1| = 3$ 、 $|z_2| = 6$ 、 $|z_2 - z_1| = 3\sqrt{3}$ ，則 $|z_1 + z_2|$ 之值為 $\textcircled{24}\sqrt{\textcircled{25}}$ 。(化為最簡根式)

班級：_____ 年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

- H. 某購物商場推出贈送購物金活動，該商場在一個木箱中放入 4 顆球，編號分別為 200、200、400、900，每顆球被抽中的機率均等。顧客從木箱抽出一顆球，若編號為 a ，則獲得 $2a$ 元購物金。若隨機變數 X 表示 1 位顧客所獲得的購物金，則變異數 $Var(X)$ 之值為 ②6 ②7 ②8 ②9 ③0 ③1。
- I. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式。已知 $f(-1-i) = 2+3i$ (其中 $i = \sqrt{-1}$)，且 $f(x)$ 除以 x^2+2x-8 的餘式為 $7x+9$ ，則 $y=f(x)$ 圖形的對稱中心為 (③2 ③3, ③4)。
- J. 在複數平面上，複數 z 在第一象限且滿足 $|z|=2$ 以及 $|-1+\sqrt{3}i+z| = |-1+\sqrt{3}i-z|$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 z^6 之值為 ③5 ③6 ③7。