

國立中興大學附屬高級中學 114 學年度第 2 學期第一次期中考 高二數 B 測驗卷

班級:_____

座號:_____

姓名:_____

試題共 五 頁

命題老師：Bao

審題老師：Ting

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

第壹部分：選擇題 (占 52 分)

一、單選題 (占 28 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題答對者，得 7 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知 $A(2, 6, 2)$ 、 $B(3, 6, 4)$ 、 $C(4, 4, 6)$ 為空間中三點，試求三點所構成的圖形為下列哪一種情況？

- (1) 銳角三角形 (2) 鈍角三角形 (3) 等腰直角三角形
(4) 非等腰的直角三角形 (5) 無法構成三角形

2. 設 $A(1, -3, 5)$ 與 $B(3, 1, 4)$ 是空間中兩點， P 是 x 軸上一點，求 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 的最小值為？
(1) 13 (2) 23 (3) 33 (4) 43 (5) 53

3. 有一半徑為 6、球心在原點的球，球面上有兩點 $A(0, 0, 6)$ 、 $B(3, -3\sqrt{2}, -3)$ ，若有一隻螞蟻在球面上由 A 點爬至 B 點，則其所爬行之最短距離為以下哪個選項？
(1) 2π (2) 3π (3) 4π (4) 5π (5) 6π

4. 電腦程式模擬在太平洋以相同速度等速航行的甲、乙兩艘船。甲船沿著北緯 60 度向東航行，乙船沿著赤道向西航行。在某一時間點甲船在東經 160 度、乙船在西經 80 度，試選出當甲船到達西經 140 度時，乙船在西經幾度？

(1) 90 度 (2) 100 度 (3) 110 度 (4) 130 度 (5) 140 度

二、多選題(占 24 分)

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 下列有關空間的敘述，試選出正確的選項。

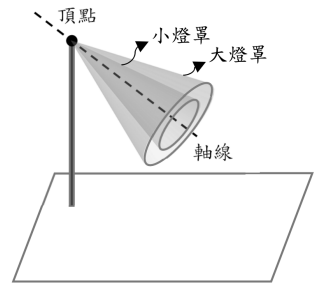
(1) 垂直同一平面之相異兩直線必平行
(2) 垂直同一平面的相異兩平面必平行
(3) 過直線 L 上任意一點 P ，恰有一條直線與直線 L 垂直。
(4) 過直線 L 外任意一點 P ，恰有一條直線與直線 L 垂直。
(5) 空間中有相異三點，則恰有一平面通過此三點。

6. 空間座標系中一點 $P(2, 5, 7)$ ， O 為原點，則下列哪些正確？

(1) P 在 y 軸的投影點為 $(0, 5, 0)$
(2) P 到 y 軸的距離為 5
(3) P 對 xz 平面的對稱點為 $(-2, 5, -7)$
(4) $\overline{OP}$ 在 xy 平面上投影長為 $\sqrt{29}$
(5) P 對 z 軸的對稱點為 $(-2, -5, 7)$

7. 有一立燈為了採光，採用兩個可以替換的大、小燈罩。兩燈罩皆為直圓錐面的一部分，裝在燈上其軸線位置相同、燈源皆在頂點，且大燈罩照射在地面上的光線範圍大於小燈罩的光線範圍，如圖所示。今大、小燈罩在地面上所成的光線邊緣分別為圓錐曲線 Γ 、 γ 的一部分。試選出正確的選項。

- (1) 如果 Γ 是橢圓，則 γ 必為雙曲線
- (2) 如果 Γ 是拋物線，則 γ 必為拋物線
- (3) 如果 Γ 是雙曲線，則 γ 必為雙曲線或拋物線
- (4) 如果 γ 是拋物線，則 Γ 必為雙曲線
- (5) 如果 γ 是雙曲線，則 Γ 必為雙曲線

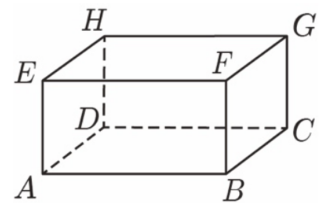


第貳部分：選填題 (48 分)

三、選填題 (占 48 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7-22）
 2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。
 3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

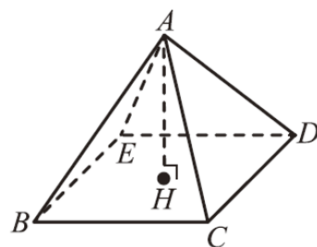
- A. 右圖是一個長方體，它的八個頂點如圖所示。若 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 2$ 、 $\overline{BF} = 1$ 。有一點 P 在 $\overline{AB}$ 上滿足 $\overline{AP} = 2$ ，有一點 Q 在 $\overline{EH}$ 上滿足 $\overline{EQ} = 1$ ，則 $\overline{PQ} = \sqrt{8}$ 。



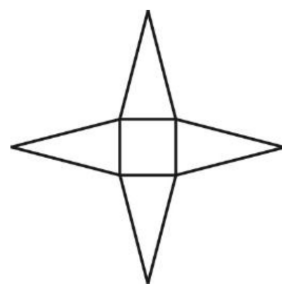
- B. 承上題，若有隻螞蟻在長方體表面上想從點 A 到點 G 的最短距離為 $9\sqrt{10}$ 。

C. 設 $P(a, b, c)$ 在第一卦限，且 P 在 x 軸、 y 軸、 z 軸的投影點分別為 A 、 B 、 C ，若 $\overline{PA} = \sqrt{53}$ 、 $\overline{PB} = \sqrt{58}$ 、 $\overline{PC} = \sqrt{13}$ 。則 P 點坐標為 $(11, 12, 13)$ 。

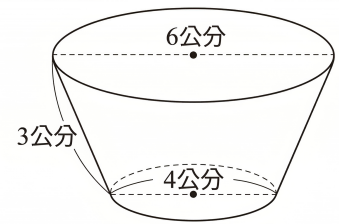
D. 右圖為一邊長皆為 2 的正四角錐 $ABCDE$ ，底面 $BCDE$ 為正方形，側面皆為正三角形。若 A 點在底面 $BCDE$ 的投影點為 H ，設側面 ABC 與底面 $BCDE$ 的夾角為 θ ，則 $\sin \theta = \frac{\sqrt{14}}{15}$ 。



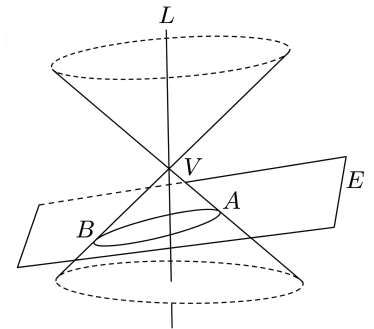
E. 如右圖的四角錐展開圖，四角錐底面為邊長 6 的正方形，四個側面都是腰長為 $\sqrt{67}$ 的等腰三角形，試求此四角錐的體積為 1617 。(角錐的體積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$)



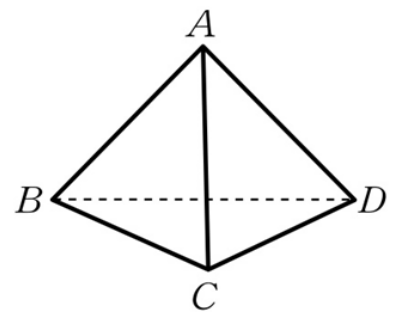
- F. 右圖是一個將直圓錐尖端截掉後形成的一個直圓錐台，頂圓直徑為 6 公分，底圓直徑為 4 公分，側面長為 3 公分，試求此直圓錐台的總表面積為 18π 平方公分。



- G. 空間中一直圓錐面以 L 為軸，頂點為 V 。若平面 E 與直圓錐面的截痕為一橢圓， A 、 B 兩點在平面 E 和直圓錐面的圖形上，今橢圓的中心為 O (O 即為 A 、 B 中點)， L 與平面 E 之交點為 C ，若 $\overline{VA} = 6$ ， $\overline{VB} = 10$ ， $\angle AVB = 120^\circ$ ，求 $\overline{OC}$ 的長度為 $\frac{20}{21}$ 。



- H. 如右圖，正四面體 $ABCD$ ，直線 AB 與直線 CD 的距離為 $\sqrt{2}$ 公分，有一隻螞蟻由 A 點，沿 $\triangle ABC$ 、 $\triangle CDB$ 、 $\triangle BAD$ 、 $\triangle DAC$ 之順序，在側面上移動，且螞蟻不會滑下來，終點為 C ，試求螞蟻移動的最短距離為 $2\sqrt{23}$ 公分。



試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，Bao 祝你考試順利。

选择题：1. (2) 2. (5) 3. (3) 4. (3) 5. (1)(4) 6.(1)(4)(5) 7. (4)(5)

选填题：A. $\sqrt{6}$ B. $3\sqrt{2}$ C. (3, 2, 7) D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E. 84 F. 28π G. $\frac{7}{4}$ H. $2\sqrt{7}$