

答案卷

一、單選題： (每題 4 分，共 12 分。請選出最適合的選項，全對才給分。)

1	2	3	
(5)	(3)	(4)	

二、多選題：

1. 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。
2. 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4	5	6	7
(1)(3)(5)	(1)(2)	(2)(5)	(4)

三、選填題：

1. 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 – 23)。
2. 每題完全答對給 5 分，共 50 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A	B	C	D
5.7	2	-3	3
E	F	G	H
(4, 2)	14	$\frac{2}{3}$	0
I	J		
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		

四、混合題 (共 10 分)：

第 (a)、(b)、(c) 小題為非選擇題，請使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。

請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

1. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 17$ 為實係數三次多項式函數且 $y = g(x)$ 為 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 附近的一次近似函數，若 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 5}{x - 1} = 2$ ，試回答下列問題。

(a) 函數 $y = g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(非選擇題，3 分)

(b) 函數 $y = f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(非選擇題，3 分)

(c) 已知一次函數 $y = h(x)$ 與 $y = g(x)$ 相異，且兩函數圖形的斜率相同，若函數 $y = h(x)$ 的圖形與函數 $y = f(x)$ 的圖形相切，則函數 $y = h(x)$ 為何？(非選擇題，4 分)

答案：

(a) $2x - 7$ 。

(b) $x^3 - 12x^2 + 23x - 17$ 。

(c) $y = h(x) = 2x - 115$ 。

注意：請於答案卡 (卷) 上畫 (寫) 上正確身分資料，
若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，統一扣該科總成績 5 分。

一、單選題：(每題 4 分，共 12 分。請選出最適合的選項，全對才給分。)

1. 下列哪個選項為發散數列？

- (1) $\left\langle \frac{3}{n+2} \right\rangle$ (2) $\left\langle 2 - \frac{1}{n^2} \right\rangle$ (3) $\left\langle \frac{-2n^2 + 1}{n^2 - 1} \right\rangle$ (4) $\left\langle \frac{(-5)^n}{6^{n+1}} \right\rangle$ (5) $\langle (-1)^n \rangle$

2. 下列哪個選項的函數，在 $x = 0$ 處可微分？

- (1) $f_1(x) = |x|$ (2) $f_2(x) = [x]$ ， $[\cdot]$ 為高斯符號 (3) $f_3(x) = \frac{x}{x^2 + x + 3}$ (4) $f_4(x) = \frac{x}{|x|}$ (5) $f_5(x) = \sqrt{x^2}$

3. 設 a 、 b 、 c 為實數，若 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + ax^2 + bx - 8}{(x + 2)^2} = c$ ，下列選項何者正確？

- (1) $a = -2$ (2) $b = 4$ (3) $c = 3$ (4) $a + b + c = -6$ (5) $abc = -32$

二、多選題：

1. 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。

2. 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4. 有一實數數列 $\langle a_n \rangle$ ，其中 $a_n = \sin(n\pi - \frac{\pi}{6})$ ， n 為正整數。試選出正確的選項。

- (1) $a_1 = \frac{1}{2}$ (2) $a_2 = a_3$ (3) a_n 是發散數列 (4) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0$ (5) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^n = 1$

5. 下列各無窮級數，哪些為收斂級數？

- (1) $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \cdots + (-\frac{2}{3})^{n-1} + \cdots$ (2) $\frac{2}{5} + \frac{4}{15} + \frac{8}{45} + \cdots + \frac{2}{5} \times (\frac{2}{3})^{n-1} + \cdots$ (3) $1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \cdots + (\frac{3}{2})^{n-1} + \cdots$
(4) $6 + 6 + 6 + \cdots + 6 + \cdots$ (5) $-2 + 2 - 2 + \cdots + (-1)^n \times 2 + \cdots$

6. 已知 $f'(2) = 5$ ，則下列選項哪些正確？

- (1) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ (2) $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - f(2)) = 0$ (3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 0$ (4) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2 + h) - f(2)}{h} = 0$
(5) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2 - h) - f(2)}{h} = -5$

7. 設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 與 $h(x)$ 均為定義在實數上的實數值函數，下列選項何者正確？

- (1) 若 $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$ 存在，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 與 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 也存在。

- (2) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 。

- (3) 若 $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)|$ 存在，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 也存在。

- (4) 若 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 3$ ，且 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 。

- (5) 設 $0 < |x - a| < b$ 時， $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ 恒成立，若 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 與 $\lim_{x \rightarrow a} h(x)$ 均存在，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 也存在。

三、選填題：

1. 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 – 23)。
 2. 每題完全答對給 5 分，共 50 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 1.4×4 的值為 5. $\underline{\textcircled{8}}$ 。

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2}{n - 1} - \frac{n^2 - n + 1}{n} \right)$ 的值為 ⑨。

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x| - x}{|x| - 1} + \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x - 4}{|x| + 1}$ 的值為 ⑩⑪。

D. 已知 $f(x) = x^2 - 5|x - 1|$ 。則 $f'(-1)$ 的值為 ⑫。

E. 設 $f(x) = \begin{cases} x^3 + x, & x \geq 1 \\ ax - b, & x < 1 \end{cases}$ ， a, b 為實數。若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 處可微分，則數對 $(a, b) = \underline{(\textcircled{13}, \textcircled{14})}$ 。

F. 設 $f(x)$ 為多項式函數，滿足 $f(0) = 0$ 且 $(x + 1)f'(x) - 3f(x) - 6 = 0$ ，則 $f(1) = \underline{(\textcircled{15}\textcircled{16})}$ 。

G. 設函數 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - x + b$ 的圖形與 x 軸的交點為 P ，若以 P 為切點的切線方程式為 $y = 3x + 6$ ，則 $a + b$ 之值為 $\frac{\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。(化為最簡分數)

H. 設多項式函數 $f(x)$ 在 $x = 1$ 處可微分，則 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(1 + t^2) - f(1)}{t}$ 之值為 ⑯。

I. 設 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x^2} - (1 + ax)}{x^2} = b$ ，則 $a + b$ 之值為 $\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ 。(化為最簡分數)

J. 設 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{2}{\sqrt{n^2 + 2}} + \frac{3}{\sqrt{n^2 + 3}} + \cdots + \frac{n}{\sqrt{n^2 + n}}$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 之值為 $\frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}}$ 。(化為最簡分數)

四、混合題 (共 10 分)：

題目與答題方式，詳見答案卷。考試結束後，需將答案卡、答案卷一併繳回。

答案卷

四、混合題 (共 10 分) :

第 (a)、(b)、(c) 小題為非選擇題，請使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。

請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

1. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 17$ 為實係數三次多項式函數且 $y = g(x)$ 為 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 附近的一次近似函數，若 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 5}{x - 1} = 2$ ，試回答下列問題。
- (a) 函數 $y = g(x) = \text{_____}$ 。(非選擇題，3 分)
- (b) 函數 $y = f(x) = \text{_____}$ 。(非選擇題，3 分)
- (c) 已知一次函數 $y = h(x)$ 與 $y = g(x)$ 相異，且兩函數圖形的斜率相同，若函數 $y = h(x)$ 的圖形與函數 $y = f(x)$ 的圖形相切，則函數 $y = h(x)$ 為何？(非選擇題，4 分)

(a) 函數 $y = g(x) = \text{_____}$ 。(非選擇題，3 分)

(b) 函數 $y = f(x) = \text{_____}$ 。(非選擇題，3 分)

(c) 已知一次函數 $y = h(x)$ 與 $y = g(x)$ 相異，且兩函數圖形的斜率相同，若函數 $y = h(x)$ 的圖形與函數 $y = f(x)$ 的圖形相切，則函數 $y = h(x)$ 為何？(非選擇題，4 分)