

國立中興大學附屬高級中學 114 學年度第 1 學期第一次期中考 高二數 A 測驗卷

班級:\_\_\_\_\_

座號:\_\_\_\_\_

姓名:\_\_\_\_\_

試題共 五 頁

命題老師：Bao

審題老師：M 老師

第壹部分：選擇題 (占 40 分)

一、單選題 (占 24 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1.  $\tan \pi^2$  的值落在以下哪一個區間？

(1)  $(-\infty, -\sqrt{3}]$

(2)  $(-\sqrt{3}, 0]$

(3)  $(0, \frac{1}{\sqrt{3}})$

(4)  $[\frac{1}{\sqrt{3}}, 1)$

(5)  $[1, \infty)$

2. 若 Bao 早上起床時發現時間為上午 7 點整，他覺得可以跟自己的自律來一場豪賭，決定再多睡一下，當他下一次睜開眼的時候發現還沒超過當日上午 8 點，且此刻時針跟分針恰好重合在一起，則 Bao 多睡的時間最接近幾分鐘？

(1) 36

(2) 37

(3) 38

(4) 39

(5) 40

3. 已知  $\frac{5\pi}{2} < \theta < 3\pi$ ，試化簡  $\sqrt{1 + \sin \theta} + \sqrt{1 - \sin \theta}$  的值為下列何者？

(1) 2

(2)  $-2 \cos \frac{\theta}{2}$

(3)  $2 \cos \frac{\theta}{2}$

(4)  $2 \sin \frac{\theta}{2}$

(5)  $-2 \sin \frac{\theta}{2}$

4. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ，且  $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ ，若  $\angle CAE = \alpha$ ， $\angle DAE = \beta$ ，則  $\tan(\beta - \alpha)$  為以下哪一個選項？

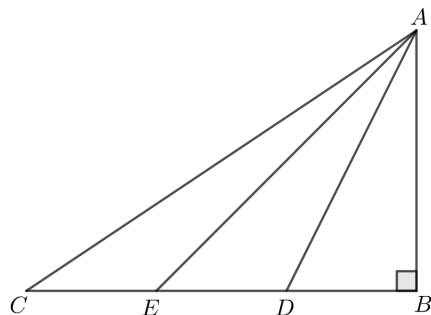
(1)  $\frac{1}{8}$

(2)  $\frac{1}{7}$

(3)  $\frac{1}{6}$

(4)  $\frac{1}{5}$

(5)  $\frac{1}{4}$



## 二、多選題(占 16 分)

說明：第 5 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 設函數  $y = f(x) = 2\sin \pi x + 2\cos(\pi x + \frac{\pi}{6})$ ，其中  $x$  為任意實數，試選出正確的選項。

(1)  $f(\frac{1}{\pi}) < 0$

(2)  $y = f(x)$  的最大值為 2

(3)  $y = f(x)$  週期為 1

(4)  $y = f(x)$  圖形對稱於直線  $x = \frac{1}{6}$

(5)  $y = f(x)$  和  $y = x^2 + \sqrt{3}$  恰有一交點

6. 下列有關三角函數圖形的平移與伸縮，哪些敘述是正確的？

- (1)  $y = \sin(x - 5)$  的圖形可利用  $y = \sin x$  向左平移 5 徑得到。
- (2)  $y = \sin(2x - 5)$  的圖形可利用  $y = \sin x$  以  $y$  軸為中心縮小為原本的  $\frac{1}{2}$  倍，再向右平移 5 徑得到。
- (3)  $y = \sin(2x - 5)$  的圖形可利用  $y = \sin x$  向右平移 5 徑，再以  $y$  軸為中心縮小為原本的  $\frac{1}{2}$  倍得到。
- (4)  $y = 2\sin x + 3$  的圖形可利用  $y = \sin x$  的圖形先向上平移 3 單位，再以  $x$  軸為中心，鉛直方向延伸為原本的 2 倍得到。
- (5)  $y = 2\sin x + 3$  的圖形可利用  $y = \sin x$  的圖形先以  $x$  軸為中心，鉛直方向延伸為原本的 2 倍，再向上平移 3 單位得到。

## 第貳部分：選填題 (49 分)

### 三、選填題 (占 49 分)

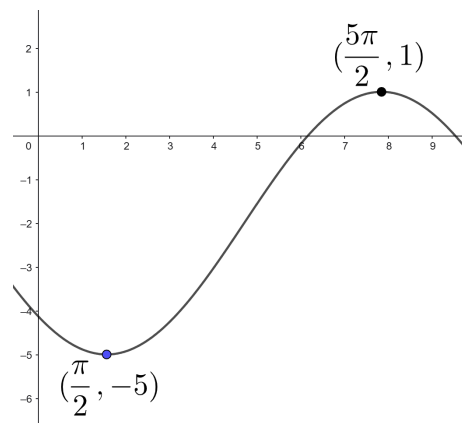
說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7-23）  
2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。  
3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

A. 計算  $\sin 115^\circ \cos 95^\circ + \cos 245^\circ \sin 85^\circ = \frac{\textcircled{7}\textcircled{8}}{\textcircled{9}}$ 。

B. 設  $\theta$  為兩直線  $L_1 : x - 5y = 114$  與  $L_2 : 2x - y = 2025$  的夾角，且  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，則  $\tan \theta = \frac{\textcircled{10}}{\textcircled{11}}$ 。

C. 右圖為函數  $y = a \sin(bx - c) + d$  的部分圖形，其中  $a > 0, b > 0$  且  $0 < c < \pi$ ，則

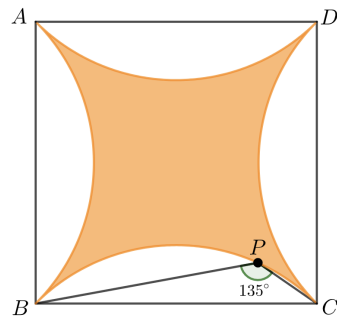
$$a + b + c + d = \frac{\textcircled{12}}{\textcircled{13}} + \frac{\textcircled{14}}{\textcircled{15}}\pi$$



D. 設  $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，試求滿足  $\sin 2\theta = \sqrt{3} \cos \theta$  之  $\theta$  總和為  $\frac{\textcircled{16}}{\textcircled{17}}\pi$ 。

E. 已知  $0 \leq x \leq 4\pi$ ，則方程式  $\sin x = \frac{1}{5}$  的所有實數解總和為  $\underline{\textcircled{18}}\pi$ 。

- F. 如圖中，正方形  $ABCD$  之每邊長為 1，每一弓形的內接角均為  $135^\circ$ （如圖中所示： $\angle BPC = 135^\circ$ ， $P$  為  $\overline{BC}$  上任意一點），試求中央部分鋪色區域的面積為  $\textcircled{19} - \frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}\pi$ 。



- G. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A, \angle B, \angle C$  的對邊長度分別為  $a, b, c$ ，且  $a = 7$ ， $\sin A = \frac{7}{25}$ ， $\cos B = -\frac{3}{5}$ ，則  $\triangle ABC$  的面積之值為  $\textcircled{22}\textcircled{23}$ 。

### 第參部分：混合題 (11 分)

說明：1. 第 1 小題請將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區所標示的列號（24-25）  
2. 第 2 至 3 小題請使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

已知  $f(x) = 5\sin^2 x + 12\sin x \cos x + 17\cos^2 x$ ， $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 。

- (2 分) 請將  $f(x)$  化為  $f(x) = a\sin 2x + b\cos 2x + c$  的形式，其中  $a, b, c$  為實數。則  $a + b + c = \textcircled{24}\textcircled{25}$ 。(請於答案卡上劃記答案)
- (非選擇題，3 分) 請將  $f(x)$  化為  $f(x) = p\sin(2x + \theta) + q$  的形式，其中  $p > 0$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求  $(p, \theta, q)$ 。
- (非選擇題，6 分) 試求  $f(x)$  的最大值與最小值，並求其對應的  $x$  值。

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

# 國立中興大學附屬高級中學 114 學年度第 1 學期第一次期中考 高二數 A 答案卷

班級: \_\_\_\_\_

座號: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

試題共 五 頁  
命題老師: Bao 審題老師: M 老師

## 第參部分：混合題 (11 分)

說明：1. 第 1 小題請將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區所標示的列號（24-25）  
2. 第 2 至 3 小題請使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

已知  $f(x) = 5 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x + 17 \cos^2 x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 。

1. (2 分) 請將  $f(x)$  化為  $f(x) = a \sin 2x + b \cos 2x + c$  的形式，其中  $a, b, c$  為實數。則  $a + b + c =$  (24)(25)。(請於答案卡上劃記答案)
2. (非選擇題，3 分) 請將  $f(x)$  化為  $f(x) = p \sin(2x + \theta) + q$  的形式，其中  $p > 0$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求  $(p, \theta, q)$ 。
3. (非選擇題，6 分) 試求  $f(x)$  的最大值與最小值，並求其對應的  $x$  值。

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

## 國立中興大學附屬高級中學 114 學年度第 1 學期第一次期中考高二數 A 答案卷

班級: \_\_\_\_\_

座號: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

試題共 五 頁

命題老師: Bao

審題老師: M 老師

## 第參部分：混合題 (11 分)

說明：1. 第 1 小題請將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區所標示的列號(24-25)

2. 第 2 至 3 小題請使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

已知  $f(x) = 5 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x + 17 \cos^2 x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 。

- (2 分) 請將  $f(x)$  化為  $f(x) = a \sin 2x + b \cos 2x + c$  的形式，其中  $a, b, c$  為實數。則  $a + b + c =$  (24)(25)。(請於答案卡上劃記答案)
- (非選擇題，3 分) 請將  $f(x)$  化為  $f(x) = p \sin(2x + \theta) + q$  的形式，其中  $p > 0$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求  $(p, \theta, q)$ 。
- (非選擇題，6 分) 試求  $f(x)$  的最大值與最小值，並求其對應的  $x$  值。

1.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 5 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x + 17 \cos^2 x \\
 &= 5 \times \frac{1 - \cos 2x}{2} + 12 \times \frac{\sin 2x}{2} + 17 \times \frac{1 + \cos 2x}{2} \\
 &= 6 \sin 2x + 6 \cos 2x + 11
 \end{aligned}$$

故  $a + b + c = 6 + 6 + 11 = 23$ 。

2.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 6 \sin 2x + 6 \cos 2x + 11 \\
 &= 6\sqrt{2} \left( \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 11 = 6\sqrt{2} \left( \sin 2x \cos \frac{\pi}{4} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{4} \right) + 11 \\
 &= 6\sqrt{2} \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + 11
 \end{aligned}$$

則  $(p, \theta, q) = \left( 6\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 11 \right)$  (有寫出疊合過程 1 分，三個未知數全寫對得 2 分)

$$3. 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4},$$

$$\text{當 } 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{2} \quad (1 \text{ 分}) = 1 \text{ 時，}$$

$$f(x) \text{ 有最大值 } 6\sqrt{2} \cdot 1 + 11 = 6\sqrt{2} + 11 \quad \text{此時 } x = \frac{\pi}{8} \quad (x \text{ 值 } 1 \text{ 分，最大值 } 1 \text{ 分})$$

$$\text{當 } 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{5\pi}{4} \quad (1 \text{ 分}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 時，}$$

$$f(x) \text{ 有最小值 } 6\sqrt{2} \cdot \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 11 = 5 \quad \text{此時 } x = \frac{\pi}{2} \quad (x \text{ 值 } 1 \text{ 分，最小值 } 1 \text{ 分})$$

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

選擇題：1. (3)      2. (3)      3. (5)      4. (1)      5. (2)(4)      6. (3)(5)

選填題：A.  $\frac{-1}{2}$     B.  $\frac{9}{7}$     C.  $\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\pi$     D.  $\frac{3}{2}\pi$     E. 6    F.  $2 - \frac{1}{2}\pi$     G. 42