

國立中興大學附屬高級中學 114 學年度第 1 學期第一次期中考 高二數 A 測驗卷

班級: _____

座號: _____

姓名: _____

命題老師 : Bao

試題共五頁
審題老師 : M 老師

第壹部分：選擇題（占 40 分）

一、單選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. $\tan \pi^2$ 的值落在以下哪一個區間？

- (1) $(-\infty, -\sqrt{3}]$ (2) $(-\sqrt{3}, 0]$ (3) $(0, \frac{1}{\sqrt{3}})$ (4) $[\frac{1}{\sqrt{3}}, 1)$ (5) $[1, \infty)$

2. 若 Bao 早上起床時發現時間為上午 7 點整，他覺得可以跟自己的自律來一場豪賭，決定再多睡一下，當他下一次睜開眼的時候發現還沒超過當日上午 8 點，且此刻時針跟分針恰好重合在一起，則 Bao 多睡的時間最接近幾分鐘？

- (1) 36 (2) 37 (3) 38 (4) 39 (5) 40

3. 已知 $\frac{5\pi}{2} < \theta < 3\pi$ ，試化簡 $\sqrt{1 + \sin \theta} + \sqrt{1 - \sin \theta}$ 的值為下列何者？

- (1) 2 (2) $-2 \cos \frac{\theta}{2}$ (3) $2 \cos \frac{\theta}{2}$ (4) $2 \sin \frac{\theta}{2}$ (5) $-2 \sin \frac{\theta}{2}$

4. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，且 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ ，若 $\angle CAE = \alpha$ ， $\angle DAE = \beta$ ，則 $\tan(\beta - \alpha)$ 為以下哪一個選項？

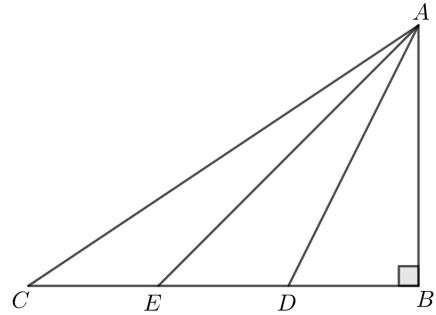
(1) $\frac{1}{8}$

(2) $\frac{1}{7}$

(3) $\frac{1}{6}$

(4) $\frac{1}{5}$

(5) $\frac{1}{4}$



二、多選題(占 16 分)

說明：第 5 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 設函數 $y = f(x) = 2\sin \pi x + 2\cos(\pi x + \frac{\pi}{6})$ ，其中 x 為任意實數，試選出正確的選項。

(1) $f(\frac{1}{\pi}) < 0$

(2) $y = f(x)$ 的最大值為 2

(3) $y = f(x)$ 週期為 1

(4) $y = f(x)$ 圖形對稱於直線 $x = \frac{1}{6}$

(5) $y = f(x)$ 和 $y = x^2 + \sqrt{3}$ 恰有一交點

6. 下列有關三角函數圖形的平移與伸縮，哪些敘述是正確的？

- (1) $y = \sin(x - 5)$ 的圖形可利用 $y = \sin x$ 向左平移 5 弊得到。
- (2) $y = \sin(2x - 5)$ 的圖形可利用 $y = \sin x$ 以 y 軸為中心縮小為原本的 $\frac{1}{2}$ 倍，再向右平移 5 弊得到。
- (3) $y = \sin(2x - 5)$ 的圖形可利用 $y = \sin x$ 向右平移 5 弊，再以 y 軸為中心縮小為原本的 $\frac{1}{2}$ 倍得到。
- (4) $y = 2 \sin x + 3$ 的圖形可利用 $y = \sin x$ 的圖形先向上平移 3 單位，再以 x 軸為中心，鉛直方向延伸為原本的 2 倍得到。
- (5) $y = 2 \sin x + 3$ 的圖形可利用 $y = \sin x$ 的圖形先以 x 軸為中心，鉛直方向延伸為原本的 2 倍，再向上平移 3 單位得到。

第貳部分：選填題 (49 分)

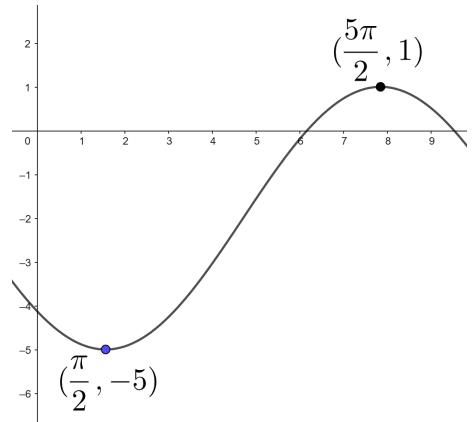
三、選填題 (占 49 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (7-23)
2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。
3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

A. 計算 $\sin 115^\circ \cos 95^\circ + \cos 245^\circ \sin 85^\circ = \underline{\underline{\frac{\textcircled{7}\textcircled{8}}{\textcircled{9}}}}$ 。

B. 設 θ 為兩直線 $L_1 : x - 5y = 114$ 與 $L_2 : 2x - y = 2025$ 的夾角，且 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，則 $\tan \theta = \underline{\underline{\frac{\textcircled{10}}{\textcircled{11}}}}$ 。

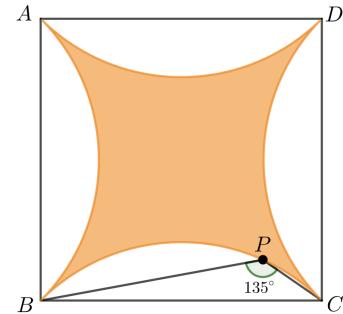
- C. 右圖為函數 $y = a \sin(bx - c) + d$ 的部分圖形，其中 $a > 0, b > 0$ 且 $0 < c < \pi$ ，則
 $a + b + c + d = \frac{\textcircled{12}}{\textcircled{13}} + \frac{\textcircled{14}}{\textcircled{15}}\pi$



- D. 設 $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，試求滿足 $\sin 2\theta = \sqrt{3} \cos \theta$ 之 θ 總和為 $\frac{\textcircled{16}}{\textcircled{17}}\pi$ 。

- E. 已知 $0 \leq x \leq 4\pi$ ，則方程式 $\sin x = \frac{1}{5}$ 的所有實數解總和為 $\textcircled{18}\pi$ 。

- F. 如圖中，正方形 $ABCD$ 之每邊長為 1，每一弓形的內接角均為 135° （如圖中所示： $\angle BPC = 135^\circ$ ， P 為 \overline{BC} 上任意一點），試求中央部分鋪色區域的面積為 $(19) - \frac{(20)}{(21)}\pi$ 。



- G. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長度分別為 a, b, c ，且 $a = 7$ ， $\sin A = \frac{7}{25}$ ，
 $\cos B = -\frac{3}{5}$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積之值為 (22)(23)。

第參部分：混合題 (11 分)

說明：1. 第 1 小題請將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區所標示的列號（24-25）
 2. 第 2 至 3 小題請使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

已知 $f(x) = 5 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x + 17 \cos^2 x$ ， $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 。

1. (2 分) 請將 $f(x)$ 化為 $f(x) = a \sin 2x + b \cos 2x + c$ 的形式，其中 a, b, c 為實數。則 $a + b + c = \underline{(24)(25)}$ 。(請於答案卡上劃記答案)
2. (非選擇題，3 分) 請將 $f(x)$ 化為 $f(x) = p \sin(2x + \theta) + q$ 的形式，其中 $p > 0$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求 (p, θ, q) 。
3. (非選擇題，6 分) 試求 $f(x)$ 的最大值與最小值，並求其對應的 x 值。

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

國立中興大學附屬高級中學 114 學年度第 1 學期第一次期中考 高二數 A 答案卷

班級: _____

座號: _____

姓名: _____

命題老師: Bao

試題共五頁
審題老師: M 老師

第三部分：混合題 (11 分)

- 說明：1. 第 1 小題請將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區所標示的列號（24-25）
2. 第 2 至 3 小題請使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。只寫答案不予計分。

已知 $f(x) = 5 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x + 17 \cos^2 x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 。

1. (2 分) 請將 $f(x)$ 化為 $f(x) = a \sin 2x + b \cos 2x + c$ 的形式，其中 a, b, c 為實數。則 $a + b + c = \underline{24} \underline{25}$ 。(請於答案卡上劃記答案)
2. (非選擇題，3 分) 請將 $f(x)$ 化為 $f(x) = p \sin(2x + \theta) + q$ 的形式，其中 $p > 0$, $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求 (p, θ, q) 。
3. (非選擇題，6 分) 試求 $f(x)$ 的最大值與最小值，並求其對應的 x 值。

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

國立中興大學附屬高級中學 114 學年度第 1 學期第一次期中考 高二數 A 答案卷

班級: _____

座號: _____

姓名: _____

試題共五頁

命題老師 : Bao

審題老師 : M 老師

第三部分：混合題 (11 分)

說明：1. 第 1 小題請將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區所標示的列號（24-25）」

2. 第 2 至 3 小題請使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

已知 $f(x) = 5 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x + 17 \cos^2 x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 。

1. (2 分) 請將 $f(x)$ 化為 $f(x) = a \sin 2x + b \cos 2x + c$ 的形式，其中 a, b, c 為實數。則 $a + b + c = \underline{24} \underline{25}$ 。(請於答案卡上劃記答案)
2. (非選擇題，3 分) 請將 $f(x)$ 化為 $f(x) = p \sin(2x + \theta) + q$ 的形式，其中 $p > 0$, $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求 (p, θ, q) 。
3. (非選擇題，6 分) 試求 $f(x)$ 的最大值與最小值，並求其對應的 x 值。

1.

$$\begin{aligned} f(x) &= 5 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x + 17 \cos^2 x \\ &= 5 \times \frac{1 - \cos 2x}{2} + 12 \times \frac{\sin 2x}{2} + 17 \times \frac{1 + \cos 2x}{2} \\ &= 6 \sin 2x + 6 \cos 2x + 11 \end{aligned}$$

故 $a + b + c = 6 + 6 + 11 = 23$ 。

2.

$$\begin{aligned} f(x) &= 6 \sin 2x + 6 \cos 2x + 11 \\ &= 6\sqrt{2} \left(\sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 11 = 6\sqrt{2} \left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{4} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{4} \right) + 11 \\ &= 6\sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + 11 \end{aligned}$$

則 $(p, \theta, q) = \left(6\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 11 \right)$ (有寫出疊合過程 1 分，三個未知數全寫對得 2 分)

3. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4}$,

當 $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{2}$ (1 分) = 1 時，

$f(x)$ 有最大值 $6\sqrt{2} \cdot 1 + 11 = 6\sqrt{2} + 11$ 此時 $x = \frac{\pi}{8}$ (x 值 1 分，最大值 1 分)

當 $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{5\pi}{4}$ (1 分) = $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 時，

$f(x)$ 有最小值 $6\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 11 = 5$ 此時 $x = \frac{\pi}{2}$ (x 值 1 分，最小值 1 分)

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

選擇題：1. (3) 2. (3) 3. (5) 4. (1) 5. (2)(4) 6.(3)(5)

選填題：A. $\frac{-1}{2}$ B. $\frac{9}{7}$ C. $\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\pi$ D. $\frac{3}{2}\pi$ E. 6 F. $2 - \frac{1}{2}\pi$ G. 42