一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。

各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1.（　　）若隨機變數 X 所有可能的取值為 1、2、3、k，且 $P(X=i)=\dfrac{i^2-i+3}{40}$，$i=1$、2、3、$k$。
則符合此條件之所有 k 值的乘積為何？ (1) − 4 (2) − 20 (3)4 (4)5 (5)20

2.（　　）設 $z=1-2i$，在複數平面上，三點 $O(0)$、$P(z)$、$Q(iz)$所圍成的三角形面積為 (1)$\dfrac{3}{2}$ (2)2 (3)3 (4)$\dfrac{5}{2}$ (5)5

3.（　　）在複數平面上，所有滿足方程式$|z-4|:|z+1|=3:2$的複數 z 形成什麼圖形？
(1)點 (2)直線 (3)圓 (4)拋物線 (5)橢圓

4.（　　）化簡$\dfrac{\sqrt{40}}{\sqrt{-5}}+\sqrt{-4}\sqrt{-8}+\dfrac{6}{\sqrt{2}}=?$
(1) $-\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$ (2) $-2\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ (3) $\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ (4) $2\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ (5) $-\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$

5.（　　）小明宣稱他在三分線投籃的命中率至少 80%，為了證實所言不虛，他邀請小華到籃球場看他表演，
在三分線投 10 球並以 $\alpha=0.05$ 檢定。假設隨機變數 X 的取值為小明在三分線投籃 10 次進球的總次數，
則小明至少要投進幾球，小華才不會拒絕小明的宣稱。
（請參考以下隨機變數 X 是 $n=10$，$p=0.8$ 的二項分布之機率分布表）

x	0	1	2	3	4	5
$p(x)$	0.000000	0.000004	0.000074	0.000786	0.005505	0.026424
x	6	7	8	9	10	
$p(x)$	0.088080	0.201327	0.301990	0.268435	0.107374	

(1)3 球 (2)4 球 (3)5 球 (4)6 球 (5)7 球

二、多選題（占 24 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 6 分；答錯 1 個選項者，得 3.6 分；答錯 2 個選項者，得 1.2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6.（　　）已知隨機變數 X 之期望值 $E(X)=6$，$E(X^2)=100$，下列哪些為正確的選項？

(1)$E(2X+3)=15$　(2)$\text{Var}(X)=64$　(3)$\text{Var}(X)=E(X^2)=100$　(4) $\text{Var}(\frac{X}{8}+3)=4$　(5)$\sigma(-2X+3)=-16$

7.（　　）甲乙二人作棋賽，約定先勝 3 局者可得彩金 8000 元，若甲乙兩人棋力相當（即每局甲乙獲勝機率相等），已知棋賽第一局甲獲勝，試問下列敘述，何者為真？

(1)甲再勝第 2、3 局的機率為 $\frac{1}{4}$　(2)甲先勝 3 局的機率為 $\frac{9}{16}$　(3)乙先勝 3 局的機率為 $\frac{5}{16}$

(4)若甲勝第一局後，棋賽因故中止，則甲應分得彩金 5500 元才合理

(5)若甲勝第一局後，棋賽因故中止，則乙應分得彩金 2500 元才合理

8.（　　）某人手持一硬幣，並聲稱「此硬幣出現正面的機率為 $\frac{1}{2}$」。欲檢定此硬幣出現正面的機率，並列出前三個步驟如下：

(I)設「此硬幣出現正面的機率為 $\frac{1}{2}$」。

(II)確立檢定統計量為「丟此硬幣 9 次中出現正面的次數」。

(III)設定顯著水準為 0.05 。

丟此硬幣 9 次，令隨機變數 X 表示出現正面的次數，則「在此硬幣出現正面的機率為 $\frac{1}{2}$」之假設前提下，

$P(X=k)=C_k^9\left(\frac{1}{2}\right)^k\left(\frac{1}{2}\right)^{9-k}=\frac{C_k^9}{512}$，其中 $k=0,1,\cdots,9$，得 X 的機率分布如下表所示：

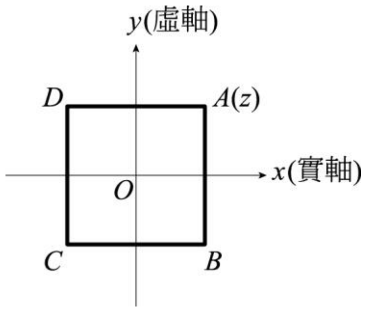
k	0	1	2	3	4
$P(X=k)$	$\frac{1}{512}$	$\frac{9}{512}$	$\frac{36}{512}$	$\frac{84}{512}$	$\frac{126}{512}$
$P(X=k)$的近似值	0.195%	1.758%	7.031%	16.406%	24.609%
k	5	6	7	8	9
$P(X=k)$	$\frac{126}{512}$	$\frac{84}{512}$	$\frac{36}{512}$	$\frac{9}{512}$	$\frac{1}{512}$
$P(X=k)$的近似值	24.609%	16.406%	7.031%	1.758%	0.195%

下列敘述哪些是正確的？　(1) $P(X=0)+P(X=9)<0.05$　(2) $P(X=0)+P(X=1)+P(X=8)+P(X=9)>0.05$

(3)在「此硬幣出現正面的機率為 $\frac{1}{2}$」之假設成立的條件下，丟此硬幣 9 次中出現正面的次數期望值為 $\frac{9}{2}$ 次

(4)拒絕域為 $X=0,9$　(5)若試驗結果為出現正面 8 次，則拒絕「此硬幣出現正面的機率為 $\frac{1}{2}$」

9.（　　）如圖，正方形 $ABCD$ 的兩邊分別平行實軸與虛軸，其中心為原點 O，A 點所對應的複數為 z。



(1) $\overline{OA}=|z|$　(2) $|z-\bar{z}|=2|z|$　(3) B 點所對應的複數為 $\bar{z}$　(4) D 點所對應的複數為 iz　(5) C 點所對應的複數為 $-z$

三、選填題（占 51 分）

說明：1.第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（10–40）。 **2.每題完全答對給 5 分，E 題每小題 3 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。**

A. $(a+bi)^2=8+6i$，其中 a、b 為正實數，求數對 $(a,b)=($ ⑩ , ⑪ $)$。

B. 設複數 z 滿足 $|z|+z=8-4i$，求 $z=a+bi$，其中 a、b 為實數，求數對 $(a,b)=$ (⑫ , ⑬⑭)。

C. 設 X 的機率分布如下，

X	1	2	3	4
機率	0.4	x	y	0.1

已知 $E(X)=2$，則數對 $(10x,10y)=($ ⑮ , ⑯ $)$。

D. 已知複數 z 滿足 $|z-1|=|z+2i|$，求 $z\cdot\bar{z}$ 的最小值 $\dfrac{⑰}{⑱⑲}$。

E. 甲、乙兩人進行「剪刀、石頭、布」的猜拳遊戲，其中甲勝叫做成功，乙勝或平手叫做失敗。

(1) 兩人猜拳 1 次，求成功的機率為 $p=\dfrac{⑳}{㉑}$

(2) 今兩人猜拳 90 次，求成功次數的期望值 μ 與變異數 σ^2，求數對 $(\mu,\sigma^2)=($ ㉒㉓ , ㉔㉕ $)$。。

F. 遺傳中外觀是由一對基因所決定，若 A 表示雙眼皮的基因，a 表示單眼皮的基因，則

①當這對基因為 AA 或 Aa 時，外觀是雙眼皮；

②當這對基因為 aa 時，外觀是單眼皮。

小孩的基因是分別從父母親隨機各取得一個基因來組成，且取得 A 或 a 的機率均等。已知一對夫婦的基因皆為 Aa，他們計畫生 3 個小孩，且每個小孩從父母親取得基因皆為獨立事件，求 3 個小孩都是雙眼皮的機率 $=\dfrac{㉖㉗}{㉘㉙}$ 。

G.已知實數 x , y 滿足 $x+y+i=-10+xyi$ ，求 $(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2=$ ㉚㉛ 。

H. 籤筒中共有10支籤，其中3支為中獎籤。已知每支籤被取到的機會均等，從籤筒中取出2支籤，

並令隨機變數 X 表示抽到中獎籤的支數，求機率 $P(X=1)=\dfrac{㉜}{㉝㉞}$ 。

I. 投擲一粒公正的四面體骰子，其各面的點數分別為 $1,2,3,4$ ，並令隨機變數 X 表示擲此骰子 2 次的點數和，

求機率 $P(X=6)=\dfrac{㉟}{㊱㊲}$ 。

J. 設一袋中有 1 個 1 號球、2 個 2 號球、…、10 個 10 號球。現自袋中任取一球，設每一球被取到的機會均等，而取得 k 號球 ($1\le k\le 10$)，可得 ($200-k$)元，求取出一球的期望值是 ㊳㊴㊵ 元。

參考解答：

一、1. (2)　2. (4)　3. (3)　4. (5)　5. (4)

二、6. (1)(2)　7. (1)(3)(4)(5)　8. (1)(3)(5)　9. (1)(3)(4)(5)

三、A. $3+i$　B. $3-4i$　C. (3,2)　D. $\dfrac{9}{20}$　E. (1) $\dfrac{1}{3}$ (2)30,20

F. $\dfrac{27}{64}$　G. -8　H. $\dfrac{7}{15}$　I. $\dfrac{3}{16}$　J. 193