

參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

一、單選題(每題 5 分)

() 1. 下列哪一個數值最大？ (1) 3^{-2} (2) $(\frac{1}{3})^{-\sqrt{5}}$ (3) $(\frac{1}{3})^{-2}$ (4) $(\sqrt{3})^3$ (5) $(\sqrt{3})^{-\sqrt{2}}$ 。

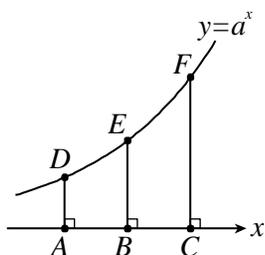
() 2. 指數方程式 $2^{(10^x)} = 10^9$ (括弧內為 10 的 x 次方) 的解 x 最接近下列哪一個選項？ (1) 1.2 (2) 1.3 (3) 1.4 (4) 1.5 (5) 1.6。

二、多重選擇題(每題 6 分，每題至少有一個選項是正確的，錯一個選項得 3.6 分，錯二個選項得 1.2 分，錯三個選項以上得 0 分)

() 3. 選出正確的選項 (1) 若 $a > b > 1$ ，則 $\log_a b > 1$ (2) 若 $a > b > 1$ ，則 $\log_b a < 1$ (3) 若 $a > 1 > b > 0$ ，則 $\log_b a > 0$ (4) 若 $1 > a > b > 0$ ，則 $\log_a b > 1$ (5) 若 $1 > b > a > 0$ ，則 $0 < \log_a b < 1$ 。

() 4. 下列敘述何者正確？ (1) $y = 2^x$ 之圖形與 $y = -2^x$ 之圖形對稱於 x 軸 (2) 將 $y = \log_2 x$ 之圖形向左移 2 單位，再向上移 3 單位後，得新圖形方程式為 $y - 3 = \log_2 (x + 2)$ (3) $y = \log_2 |x|$ 之圖形對稱於 x 軸 (4) $y = \log_2 (-x)$ 之圖形與 $y = -2^x$ 之圖形對稱於直線 $y = x$ (5) $y = |\log_2 x|$ 圖形與 $y = \sqrt{2}$ 圖形的兩個交點之 x 坐標乘積為 1。

() 5. 曲線 $y = a^x$ 的部分圖形與 x 軸的關係如圖所示，其中 A, B, C 為 x 軸上的相異三點，且 $\overline{AB} = \overline{BC}$ ，過 A, B, C 三點分別作 x 軸的垂線，並交曲線 $y = a^x$ 的圖形於 D, E, F 三點。下列選項哪些正確？



(1) $a > 1$ (2) 若 B 為原點，則 $\overline{AD} \times \overline{CF} = a^2$ (3) $\overline{AD} \times \overline{CF} = \overline{BE}^2$ (4) $\overline{AD} + \overline{CF} > 2 \times \overline{BE}$ (5) $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$ 三線段長度有可能成等差數列。

() 6. 下列敘述何者正確？

- (1) $100^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{1000}$
- (2) 若 $x = \log_2 3$ ，則 $4^x = 9$
- (3) $0.3^{-0.4} > 0.4^{-0.3}$
- (4) 設 $x, y < 0$ ，且 $2^x = 3^y$ ，則 $2x > 3y$
- (5) 若 n 為正整數，且 $n^6 < 10^9 < (n+1)^6$ ，則 $n=31$

三、填充題(每題 6 分)

A. 設 $f(x) = \frac{5^x - 5^{-x}}{2}$ ，且 $f(a) = 3$ ，求 $f(3a) = \underline{\textcircled{7} \textcircled{8} \textcircled{9}}$ 。

B. 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{4}}(3-x)$ 之解為 $\underline{\textcircled{10}} < x < \underline{\textcircled{11}}$ 。

C. 幸福公司為增進業務的發展，制定了一個激勵銷售人員的獎勵模型： $y = a \log_4(x-1) + b$ ， x 表銷售金額（萬元）， y 表獎勵金額（萬元）， a, b 為常數。已知銷售金額為 17 萬元時，獎勵為 1 萬元；銷售金額為 33 萬元時，獎勵為 5 萬元。根據上述資料可得數對 $(a, b) = (\underline{\textcircled{12}}, \underline{\textcircled{13} \textcircled{14} \textcircled{15}})$ 。

D. 若 $-1 \leq x \leq 2$ ， $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x+1}$ 的最大值為 m ，最小值為 n ，則 $m-n = \frac{\underline{\textcircled{16} \textcircled{17}}}{\underline{\textcircled{18} \textcircled{19}}}$ 。(化為最簡分數)

E. 滿足 $10^{n-1} > 8^n$ 的最小正整數 n 為 20 21。

F. 若 $a = 3^{-1} \times 3^{-3} \times 3^{-5} \times \cdots \times 3^{-19}$ ，則 a 在小數點後第 22 23 位開始不為零。

G. 已知聲音的強度是每平方公尺多少能量（單位： W/m^2 ， W 為瓦特），而 0 分貝是根據聽力正常年輕人所能聽到的最小聲音所訂定的。若某一發聲體的強度為 I (W/m^2)，將它換算成分貝 d 表示時，其公式為 $d(I) = 10 \log \frac{I}{I_0}$ ， $I_0 = 10^{-12}$ (W/m^2)。假設演唱會音響的聲音為 90 分貝，人們日常交談的聲音為 60 分貝，試求 24 25 26 27 人一起用人們日常交談的音量合唱，可以和演唱會音響一樣大聲。

H. 已知實數 $x, y > 0$ ，若 $\log_{10}(x) = \log_{100}(y) = \log_{1000}(x+2y)$ ，則 $x+2y = \underline{\underline{28 + 29\sqrt{30}}}$ 。

I. 幸福基金的月報酬率為 2 % 且以複利計息，若小美每月固定買入幸福基金 1 萬元，則 5 年後本利和為 31 32 33 萬元。(四捨五入至整數位) ($1.02^{60} \approx 3.2810$)

J. 已知 a, b 為正數， a^{50} 為 32 位數， $\left(\frac{1}{b}\right)^{50}$ 的小數點以下第 36 位開始不為零，則 $(ab)^{10}$ 為 34 35 位數。

四、計算題(6分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在**答案卷**作答。請由左而右橫式書寫，第 3 小題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分

小美下午喝了一杯有黃色標章的咖啡，含有 150 毫克的咖啡因，假設它會以每小時 20% 的指數衰減速度離開小美體內，即一小時後會剩下 120 毫克的咖啡因，設 x 小時後咖啡因剩下 $f(x)$ 毫克，試回答下列各問題：

- (1) 請寫出 $f(x)$ 。(1 分)
- (2) 試用對數表示咖啡因的半衰期為多少小時。(1 分)
- (3) 承(2)，求半衰期的近似值。(四捨五入至小數點後第一位)。(4 分)

1. 2 2. 4 3. 45 4. 1245 5. 134 6. 1235

A. 117 B. $1 < x < 2$ C. (8, -15) D. $\frac{80}{81}$ E. 11 F. 48 G. 1000 H. $7 + 5\sqrt{2}$ I. 116 J. 14

四. (1) $f(x) = 150 \times 0.8^x$ (1 分)

(2) $\log_{0.8} 0.5$ (1 分)

(3) 3.1 (4 分)