

# 國立中興大學附屬高級中學 113 學年度第 1 學期第二次期中考高一數學測驗卷

班級: \_\_\_\_\_

座號: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

試題共 五 頁

命題老師: Bao

審題老師: Derek

## 第壹部分：選擇題 (占 48 分)

### 一、單選題 (占 24 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設  $f(x)$  為一多項式，其奇數項係數和為 2，偶數項係數和為 6，求  $f(x)$  除以  $x^2 - 1$  的餘式。

- (1)  $x + 7$                       (2)  $2x - 8$                       (3)  $2x + 6$                       (4)  $-3x + 1$                       (5)  $-x + 3$

2. 下列哪一個選項是  $2024^5 - 8 \cdot 2024^4 - 79 \cdot 2024^2 - 17 \cdot 2024 - 10$  除以 2015 的餘數？

- (1)  $-2014$                       (2)  $-1$                               (3)  $0$                                   (4)  $1$                                   (5)  $2014$

3. 在邊長為 4 的正方形  $ABCD$  的三邊  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$  上各取一點  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ ，使  $\overline{AP} = \overline{BQ} = 2\overline{CR}$ ，求  $\triangle PQR$  的最小面積。

- (1)  $\frac{4}{3}$                               (2)  $\frac{8}{3}$                               (3)  $\frac{10}{3}$                               (4)  $\frac{14}{3}$                               (5)  $\frac{16}{3}$

4. 已知  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}} + 2$  與  $g(x) = -2(x-1)^3 + \pi(x-1) + 2$  有三個交點，交點之  $x$  座標分別為  $\alpha, \beta, \gamma$ ，求  $g(\alpha) + g(\beta) + g(\gamma)$ 。

- (1)  $1$                               (2)  $2$                               (3)  $3$                               (4)  $\pi$                               (5)  $6$

## 二、多選題(占 24 分)

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 假設三條直線  $L_1: x - 2y + 3 = 0$ ,  $L_2: 2x + 3y = 0$ ,  $L_3: ax - y - 1 = 0$ , 若  $L_1, L_2, L_3$  不能圍成三角形，試求  $a$  之值。
- (1)  $\frac{1}{2}$                       (2)  $-\frac{1}{2}$                       (3)  $-\frac{2}{3}$                       (4)  $-\frac{13}{9}$                       (5)  $\frac{7}{4}$ 。
6. 設  $k$  為實數，若二次函數  $y = k^2x^2 + 3x - 5k$  的圖形在  $y = 4x^2 + 3x - 1$  的圖形下方且不相交，試求下列哪些  $k$  值可滿足此條件。
- (1)  $-\sqrt{2}$                       (2)  $-\frac{7}{10}$                       (3)  $\frac{4}{3}$                       (4) 2                      (5)  $\sqrt{7}$
7. 若三次函數  $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 3x + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ , 其中  $a, b, c, d$  為實數，則下列哪些選項為真？
- (1)  $a + b + c + d = -3$                       (2)  $(-1, d)$  為  $y = f(x)$  的對稱中心
- (3)  $f(-0.99) = 3.94$                       (4)  $y = f(x)$  在  $x = -1$  附近之近似直線為  $y = -6x - 2$
- (5) 當  $|x|$  值很大時， $y = f(x)$  近似於  $y = x^3$ 。

## 第貳部分：選填題 (42 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(8-25)  
2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。  
3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

- A. 滿足不等式  $(x - 2)^3(x - 3)^4(x + 3)^5(x^2 + 2x + 5) \leq 0$  共有 8 個整數。

B. 某次高一期中考 (不是這次) 全班沒人及格，出題老師便以開根號乘以 10 再加 15 分來當作最後成績。Bao 高興地說：「我一定是加分前後分數差距最多的人。」請問Bao 的原始分數是 910 分。

C.  $\triangle ABC$  中， $A(-1, 2)$ ， $B(-1, 5)$ ， $C(2, 3)$ ，已知三角形的垂心即為三高的交點，則  $\triangle ABC$  之垂心座標為  $(\frac{11}{13}, 14)$ 。

D. 設  $f(x)$  是一個四次多項式，已知  $f(x)$  除以  $(x-1)^3$  的餘式為 2， $f(x)$  除以  $(x+1)$  的餘式為 -8， $f(x)$  除以  $(x-2)$  的餘式為 8，則  $f(0) = \frac{15}{17}$ 。

E. 在平面上有兩點  $A(6, 5)$ ， $B(3, 8)$  以及直線  $L: y = mx - 9m - 2$ ，已知  $L$  和  $\overline{AB}$  可相交的  $m$  範圍為  $a \leq m \leq b$ ，則  $a \times b = \frac{18}{20}$ 。

F. 若  $a$  為整數，且  $y = -5x^2 + ax + \frac{2}{7}$  的圖形與  $x$  軸的兩個交點都介於  $x = -1$  與  $x = 2$  之間，則滿足這樣條件的  $a$  有 2122 個。

G. 設  $x$  為任意實數， $f(x) = 2024x^2 + 113x + 520$ ，若  $p \neq q$  且  $f(p) = f(q)$ ，求  $f(p+q) =$   
232425。

### 第參部分：非選擇題 (10 分)

說明：限使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

若直線  $L: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  通過  $(-3, 2)$  且和兩坐標軸所圍的三角形面積為  $\frac{3}{2}$ 。

1.  $a \times b$  可能為哪些可能值？(2 分)

2. 試求所有滿足敘述之直線  $L$ ，並寫出該直線的  $x$  截距與  $y$  截距。(8 分)

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

國立中興大學附屬高級中學 113 學年度第 1 學期第二次期中考高一數學答案卷

班級: \_\_\_\_\_

座號: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

試題共 五 頁

命題老師: Bao

審題老師: Derek

**第參部分：非選擇題 (10 分)**

說明：限使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

若  $L: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  通過  $(-3, 2)$  且和兩坐標軸所圍的三角形面積為  $\frac{3}{2}$ 。

1.  $a \times b$  可能為哪些可能值？(2 分)

2. 試求所有滿足敘述之直線  $L$ ，並寫出該直線的  $x$  截距與  $y$  截距。(8 分)

國立中興大學附屬高級中學 113 學年度第 1 學期第二次期中考高一數學答案卷

班級: \_\_\_\_\_

座號: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

試題共 五 頁

命題老師: Bao

審題老師: Derek

第參部分：非選擇題 (10 分)

說明：限使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

若  $L: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  通過  $(-3, 2)$  且和兩坐標軸所圍的三角形面積為  $\frac{3}{2}$ 。

1.  $a \times b$  可能為哪些可能值？(2 分)

由於  $L$  與  $x$  軸交於  $(a, 0)$ ， $y$  軸交於  $(0, b)$ ，由所圍三角形面積為  $\frac{3}{2}$  可知

$$\frac{1}{2}|a| \cdot |b| = \frac{3}{2}$$

即  $|ab| = 3$ ，故  $ab = 3$  或  $-3$ 。(每個答案各 1 分)

2. 試求所有滿足敘述之直線  $L$ ，並寫出該直線的  $x$  截距與  $y$  截距。(8 分)

由於  $L$  通過  $(-3, 2)$ ，可知  $\frac{-3}{a} + \frac{2}{b} = 1$  (1 分)

(a) 當  $ab = 3$ ，可將  $b = \frac{3}{a}$  代入得

$$2a - \frac{9}{a} = 3$$

同乘  $a$  可得  $2a^2 - 3a - 9 = 0$  (1 分)，故  $(2a + 3)(a - 3) = 0$ ，可知  $a = -\frac{3}{2}$  或  $3$ 。(1 分)

i. 當  $a = -\frac{3}{2}$  時， $b = -2$ ，直線  $L$  為  $\frac{x}{-\frac{3}{2}} + \frac{y}{-2} = 1$  (或整理成  $4x + 3y = -6$ ) (1 分)，

直線  $x$  截距為  $-\frac{3}{2}$ ， $y$  截距為  $-2$ 。(各 0.5 分)

ii. 當  $a = 3$  時， $b = 1$ ，直線  $L$  為  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} = 1$  (或整理成  $x + 3y = 3$ ) (1 分)，直線  $x$  截距為  $3$ ， $y$  截距為  $1$ 。(各 0.5 分)

(b) 當  $ab = -3$ ，可將  $b = \frac{-3}{a}$  代入得

$$2a + \frac{9}{a} = -3$$

同乘  $a$  可得  $2a^2 + 3a + 9 = 0$ ，由判別式  $3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 < 0$  可知無實數解。(1 分)

## 第壹部分：選擇題

### 一、單選題

1. 3

2. 5

3. 2

4. 5

### 二、多選題

5. 134

6. 34

7. 45

## 第貳部分：選填題

A. 7

B. 25

C.  $(-\frac{1}{3}, 3)$

D.  $\frac{-5}{6}$

E.  $\frac{35}{9}$

F. 14

G. 520