

答案卷

一、單選題：(每題 5 分，共 15 分。請選出最適合的選項，全對才給分。)

1	2	3	
(1)	(4)	(3)	

二、多選題：

- 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。
- 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4	5	6	7
(2)(4)(5)	(1)(5)	(1)(2)(3)(5)	(3)(4)

三、選填題：

- 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 - 27)。
- 每題完全答對給 6 分，共 48 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

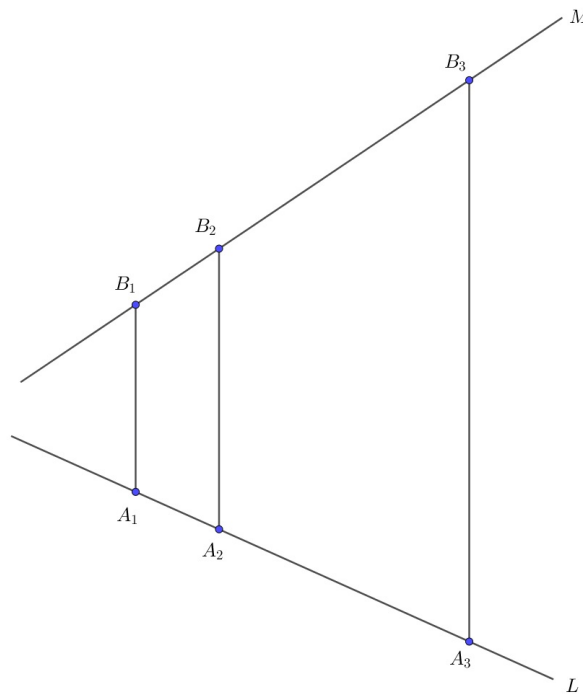
A	B	C	D
$\frac{17}{8}$	-28	4	$(\frac{3-\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$
E	F	G	H
162	$\frac{1}{2}$	20	$\frac{10\pi}{3}$

班級：_____ 年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

四、混合題 (共 9 分)：

1. 第 (a) 小題為選填題，不用書寫計算過程，將答案劃記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (28 - 29)。
2. 第 (b)、(c) 小題為非選擇題，請使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

1. 空地上有三根與地面垂直且等高的電線桿，其底座在一直線上且間距相等。某甲以單點透視法在畫布上畫這三根電線桿。在畫布上設坐標系，使得電線桿皆與 y 軸平行，三根底座的點分別為 $A_1(0, 0)$ 、 A_2 、 A_3 ，都在直線 $L: x + 2y = 0$ 上；三根頂端的點分別為 $B_1(0, 5)$ 、 B_2 、 B_3 ，都在直線 $M: 3x - 4y + 20 = 0$ 上，如圖所示。已知 $\overline{A_3B_3} = 3\overline{A_1B_1}$ ，且由單點透視法可知直線 $\overleftrightarrow{A_1B_3}$ 與直線 $\overleftrightarrow{A_3B_1}$ 的交點在直線 $\overleftrightarrow{A_2B_2}$ 上。設 L 和 M 相交於 P 點 (此點又稱為「消失點」)。根據上述，試回答下列問題。



- (a) 若向量 $\overrightarrow{PA_1} = k\overrightarrow{PA_3}$ ，則 k 的值為 $\frac{\textcircled{28}}{\textcircled{29}}$ 。(選填題，2 分)
- (b) 試求 P 與 B_3 這兩點的坐標。(非選擇題，3 分)
- (c) 若有隻蜜蜂恰好停在中間那根電線桿上距離底座與頂端的長度比為 $1:2$ 的位置上。某甲想在這個畫布的線段 $\overline{A_2B_2}$ 上畫出這隻蜜蜂，假設畫布上蜜蜂位置為 Q 點，即點 Q 到線段 $\overline{A_2B_2}$ 的底座 A_2 與到線段 $\overline{A_2B_2}$ 頂端 B_2 的長度比為 $1:2$ ，試求 Q 點坐標。(非選擇題，4 分)

答案：

- (a) $\frac{1}{3}$ 。
- (b) $P(-4, 2)$ 、 $B_3(8, 11)$ 。
- (c) $Q(2, \frac{3}{2})$ 。

班級：_____ 年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

注意：請於答案卡 (卷) 上畫 (寫) 上正確身分資料，
若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，統一扣該科總成績 5 分。

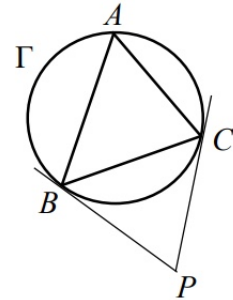
一、單選題：(每題 5 分，共 15 分。請選出最適合的選項，全對才給分。)

1. 試問有多少個整數 x 滿足 $3|x| - x < 8$?

- (1) 5 (2) 7 (3) 13 (4) 15 (5) 無窮多個

2. 如圖， $\triangle ABC$ 為銳角三角形， P 為 $\triangle ABC$ 外接圓 Γ 外的一點，且 \overline{PB} 與 \overline{PC} 都與圓 Γ 相切。設 $\angle BPC = \theta$ ，試問 $\sin A$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) $\sin \theta$ (2) $\sin 2\theta$ (3) $\sin \frac{\theta}{2}$ (4) $\cos \frac{\theta}{2}$ (5) $\frac{1}{2} \cos 2\theta$



3. 在球心為 O 的球形地球儀上，有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個點，其中 A 、 B 、 C 三點都在赤道上，且經度分別為東經 0° 、 45° 和 90° ； D 、 E 兩點都在北緯 45° 線上，且經度分別為東經 0° 、 180° 。試選出正確的選項。

- (1) 赤道的長度等於東經 90° 這條經線長度 (2) 北緯 30° 線的長度等於赤道長度的 $\frac{3}{2}$ (3) 「由 A 沿赤道移動到 B 的最短路徑長」等於「由 D 沿東經 0° 經線移動到北極點的路徑長」 (4) 「由 D 沿北緯 45° 線移動到 E 的路徑長」等於「由 D 沿東經 0° 經線移動到北極點，再由北極點沿東經 180° 經線移動到 E 的路徑長的總和」 (5) 通過北極點與 A 點的直線與通過北極點與 C 點的直線互相垂直

二、多選題：

1. 每題 7 分，共 28 分，每題至少有一個選項是正確的。

2. 所有選項均答對者得 7 分；錯一個選項得 4.2 分；錯二個選項得 1.4 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。

4. 設 $f(x) = 2(x-1)^3 + 5(x-1) - 7$ ，下列關於函數 $y = f(x)$ 的圖形之描述，試選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形通過點 $(1, 7)$ (2) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸只有一個交點
(3) 點 $(2, 0)$ 是 $y = f(x)$ 的圖形之對稱中心 (4) $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = 5x - 12$
(5) $y = 2x^3 + 6x^2 + 11x + 7$ 的圖形可由 $y = f(x)$ 的圖形經適當平移得到

5. 坐標平面上有一圓，其圓心為 $A(a, b)$ ，且此圓與兩坐標軸皆相切，另有一點 $P(c, -c)$ ，其中 $a > c > 0$ ，且已知 $\overline{PA} = a + c$ ，試選出正確的選項。

- (1) $a = -b$ (2) 點 P 位於直線 $x - y = 0$ 上 (3) 點 P 在此圓內 (4) $\frac{a+c}{b+c} = \sqrt{2}$ (5) $\frac{a}{c} = 3 + 2\sqrt{2}$

6. 已知正實數數列 $a, 2b, 4c, 8d, 16e$ 為等比數列，且 $a < 2b < 4c < 8d < 16e$ ，試選出下列為等比數列的選項。

- (1) a, b, c, d, e (2) $e, -d, c, -b, a$ (3) $\log 2b - \log a, \log 4c - \log 2b, \log 8d - \log 4c, \log 16e - \log 8d$
(4) $3^a, 3^b, 3^c, 3^d, 3^e$ (5) $abc, 3bcd, 9cde$

班級：_____年 _____班 座號：_____ 姓名：_____

7. 心理學家找了 1000 位受試者進行暗室實驗，每位受試者都要觀看及辨識 6、8、9 三張數字卡，發現將實際數字看成某個數字的機率如下表：

實際數字 \ 看成數字	6	8	9	其他
6	0.3	0.4	0.2	0.1
8	0.4	0.3	0.2	0.1
9	0.2	0.3	0.4	0.1

例如：實際數字 6 被看成 6、8、9 的機率分別為 0.3、0.4、0.2，而被看成其他數字的機率是 0.1。根據上述實驗結果，試選出正確的選項。

- (1) 如果實際數字是 8，則至少有一半的可能性會被看成是 8 (2) 如果實際數字是 6，則有六成的可能性會被看成不是 6 (3) 在 6、8、9 三數字中，被誤認的可能性以 9 最低 (4) 如果被看成的數字是 6，則實際上就是 6 的可能性不到一半 (5) 如果被看成的數字是 9，則實際上就是 9 的可能性超過 $\frac{2}{3}$

三、選填題：

1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 - 27)。
2. 每題完全答對給 6 分，共 48 分。答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 有兩個正實數 a 、 b ，已知 $ab^3 = 10^7$ ， $a^3b = 10^4$ ，則 $\log b = \frac{\textcircled{8}\textcircled{9}}{\textcircled{10}}$ 。(化為最簡分數)
- B. 坐標平面上有一個半徑為 6 的圓，其圓心為 O 點。已知圓上有 A 、 B 兩點，且 $\overline{AB} = 4$ ，則內積 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = \textcircled{11}\textcircled{12}\textcircled{13}$ 。
- C. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$ ，若 $A^4 + 10A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c + d$ 之值為 $\textcircled{14}$ 。
- D. 設 D 為 $\triangle ABC$ 中 \overline{BC} 邊上的一點，已知 $\angle ABC = 45^\circ$ 、 $\angle ACB = 30^\circ$ 、 $\angle ADB = 60^\circ$ 。若 $\overrightarrow{AD} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ ，則數對 $(s, t) = \left(\frac{\textcircled{15} - \sqrt{\textcircled{16}}}{3}, \frac{\sqrt{\textcircled{17}}}{3} \right)$ 。(已知 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$)
- E. 廚師買了豬、雞、牛、羊四種肉類食材以及白菜、豆腐、香菇三種素類食材。若廚師想用完這七種食材作三道菜，每道菜可以只用一種食材或用多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道菜一定要有肉，試問食材的分配共有 $\textcircled{18}\textcircled{19}\textcircled{20}$ 種方法。
- F. 根據某國對失蹤輕航機的調查得知：失蹤輕航機中有 75% 後來會被找到，在被找到的輕航機當中，有 70% 裝設緊急定位傳送器；而沒被找到的失蹤輕航機當中，則有 90% 未裝設緊急定位傳送器。緊急定位傳送器會在飛機失事墜毀時發送訊號，讓搜救人員可以定位。現有一架輕航機失蹤，若已知該機沒有裝設緊急定位傳送器，則它會被找到的機率為 $\frac{\textcircled{21}}{\textcircled{22}}$ 。(化為最簡分數)

班級：_____ 年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

- G. 某商場舉辦現場報名的摸彩箱抽獎活動，報名截止後，主持人依報名人數置入同數量的摸彩球，其中有 20 顆被標示為幸運獎，其獎項為 4000 元禮券 15 顆及 8000 元禮券 5 顆，每顆球被抽中的機率皆相同，抽後不放回。抽獎前，主辦單位依獎項個數與報名人數，主持人公告中獎機率為 0.5%。開始抽獎後，每人依序抽球，每個人只有一次抽獎機會。若前 400 位參加抽獎者，恰有 3 人抽中 4000 元禮券、2 人抽中 8000 元禮券，則抽獎順序為第 401 號者可獲禮券金額的期望值為 $\frac{23}{24}$ 元。
- H. 在空間坐標系中，有一球心坐標在 $O(0, 0, 0)$ 且北極點在 $N(0, 0, 4)$ 的地球儀。已知球面上點 A 坐標為 $(3, \sqrt{3}, 2)$ ，赤道上距離點 A 最遠的點為點 P ，則在通過點 A 、點 P 的大圓上這兩點的劣弧長為 $\frac{25}{27}\pi$ 。(化為最簡分數)

四、混合題 (共 9 分)：

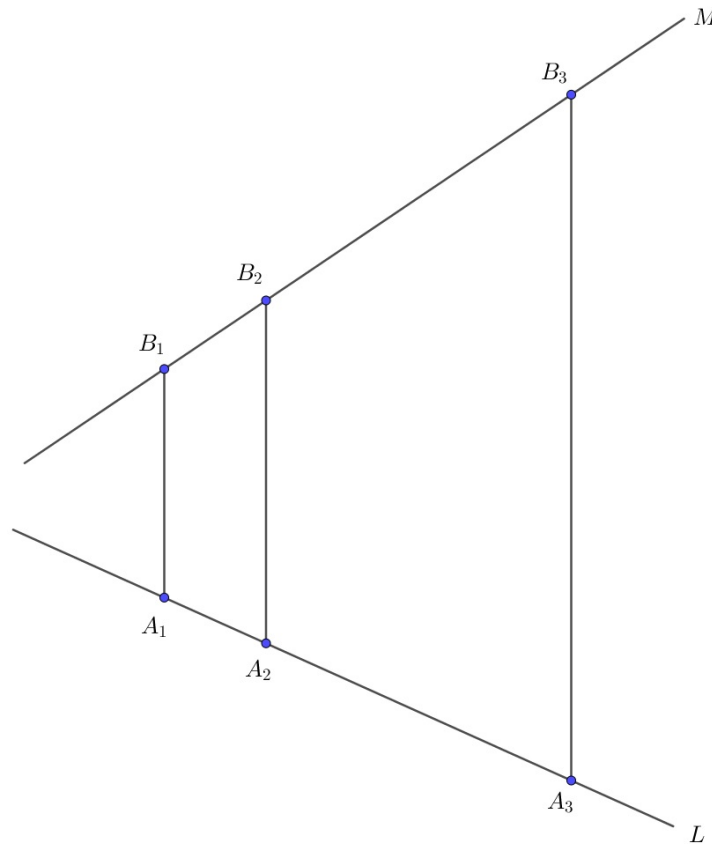
題目與答題方式，詳見答案卷。考試結束後，需將答案卡、答案卷一併繳回。

答案卷

四、混合題 (共 9 分)：

- 第 (a) 小題為單選題，不用書寫計算過程，將答案劃記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (28 - 29)。
- 第 (b)、(c) 小題為非選擇題，請使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

- 空地上有三根與地面垂直且等高的電線桿，其底座在一直線上且間距相等。某甲以單點透視法在畫布上畫這三根電線桿。在畫布上設坐標系，使得電線桿皆與 y 軸平行，三根底座的點分別為 $A_1(0, 0)$ 、 A_2 、 A_3 ，都在直線 $L: x + 2y = 0$ 上；三根頂端的點分別為 $B_1(0, 5)$ 、 B_2 、 B_3 ，都在直線 $M: 3x - 4y + 20 = 0$ 上，如圖所示。已知 $\overline{A_3B_3} = 3\overline{A_1B_1}$ ，且由單點透視法可知直線 $\overleftrightarrow{A_1B_3}$ 與直線 $\overleftrightarrow{A_3B_1}$ 的交點在直線 $\overleftrightarrow{A_2B_2}$ 上。設 L 和 M 相交於 P 點 (此點又稱為「消失點」)。根據上述，試回答下列問題。

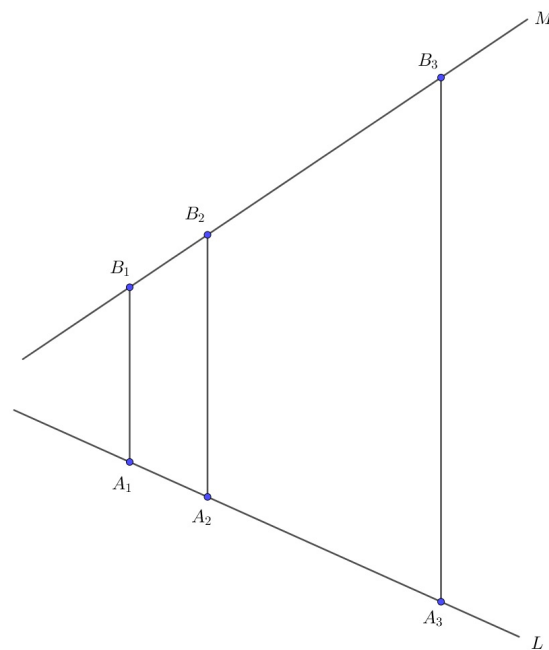


(a) 若向量 $\overrightarrow{PA_1} = k\overrightarrow{PA_3}$ ，則 k 的值为 $\frac{\textcircled{28}}{\textcircled{29}}$ 。(化為最簡分數) (選填題，2 分)

(b) 試求 P 與 B_3 這兩點的坐標。(非選擇題，3 分)

(c) 若有隻蜜蜂恰好停在中間那根電線桿上距離底座與頂端的長度比為 $1:2$ 的位置上。某甲想在這個畫布的線段 $\overline{A_2B_2}$ 上畫出這隻蜜蜂，假設畫布上蜜蜂位置為 Q 點，即點 Q 到線段 $\overline{A_2B_2}$ 的底座 A_2 與到線段 $\overline{A_2B_2}$ 頂端 B_2 的長度比為 $1:2$ ，試求 Q 點坐標。(非選擇題，4 分)

(b) 試求 P 與 B_3 這兩點的坐標。(非選擇題，3 分)



(c) 若有隻蜜蜂恰好停在中間那根電線桿上距離底座與頂端的長度比為 $1:2$ 的位置上。某甲想在這個畫布的線段 $\overline{A_2B_2}$ 上畫出這隻蜜蜂，假設畫布上蜜蜂位置為 Q 點，即點 Q 到線段 $\overline{A_2B_2}$ 的底座 A_2 與到線段 $\overline{A_2B_2}$ 頂端 B_2 的長度比為 $1:2$ ，試求 Q 點坐標。(非選擇題，4 分)

