

一、單選題 (每題 5 分，共 25 分)

- 在平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=5$ ，則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的值為？
(1) 15 (2) 16 (3) 18 (4) 24 (5) 34 .
- 假設三角形 ABC 的三邊長分別為 $\overline{AB}=9$ 、 $\overline{BC}=11$ 、 $\overline{AC}=6$. 請選出和向量 \overrightarrow{AB} 的內積為最大的選項？
(1) \overrightarrow{AC} (2) \overrightarrow{CA} (3) \overrightarrow{BC} (4) \overrightarrow{CB} (5) \overrightarrow{AB} .
- ABC 為坐標平面上三角形， P 為平面上一點且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ ，則 $\frac{\Delta ABP \text{面積}}{\Delta ABC \text{面積}}$ 等於？
(1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{4}{5}$ (5) $\frac{3}{4}$
- $\triangle ABC$ 內接於圓心為 O 之單位圓 . 若 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \sqrt{3}\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，則 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ 為何？
(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) 1 .
- 設 \vec{a} 與 \vec{b} 都是平面上不為零的向量 . 若 $2\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 所張成的三角形面積為 9，則 $3\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} + 3\vec{b}$ 所張成的三角形面積為下列哪一個選項？
(1) 6 (2) 9 (3) 12 (4) 18 (5) 24 .

二、多重選擇題 (每題 8 分，共 40 分)

說明：第 6 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 在平面直角坐標系中，若 $A(1,0), B(-1,0)$ ，則下列哪些函數的圖形上可以找到 P 點，使得 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ 。
(1) $y = -x^2$ (2) $y = x^2 + 1$ (3) $2x + 4y = 5$ (4) $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ (5) $y = 2^x$

7. 已知 $\triangle ABC$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) 若 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$ ，則 P 必為 $\triangle ABC$ 的重心
 (2) 若 $2\vec{PA} + 3\vec{PB} + 4\vec{PC} = \vec{0}$ ，則 P 必為 $\triangle ABC$ 的內心
 (3) 若 $2\vec{PA} - 3\vec{PB} + 4\vec{PC} = \vec{0}$ ，則 P 必在 $\triangle ABC$ 的外部
 (4) 若 $\vec{AP} \cdot \vec{AB} = \frac{1}{2} |\vec{AB}|^2$ ，則 P 必為 $\triangle ABC$ 的外心
 (5) 若 $\vec{AP} \cdot \vec{AB} = \vec{AP} \cdot \vec{AC}$ ，則 P 必為 $\triangle ABC$ 的垂心

8. 若 $\vec{a} = (1, p)$ ， $\vec{b} = (100, q)$ ， $\vec{c} = (r, s)$ ，其中 p, q, r, s 皆為非零的實數，若想找實數數對 (x, y) 使得 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，關於下列敘述哪些正確？

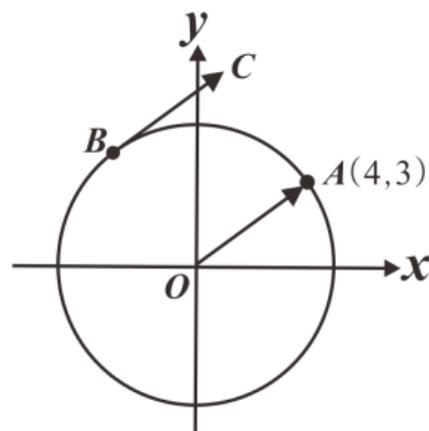
- (1) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則數對 (x, y) 一定有解
 (2) 若數對 (x, y) 只有一組解，則 \vec{a}, \vec{b} 兩向量不平行
 (3) 若數對 (x, y) 無限多解，則 $\vec{a} // \vec{b}$
 (4) 若數對 (x, y) 無解，則 $\vec{a} // \vec{b}$
 (5) 若數對 (x, y) 無解，則 $\begin{vmatrix} 1 & p \\ r & s \end{vmatrix} = 0$

9. 設 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，且 $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ ，若 \vec{CP} 交 \vec{AB} 於 E ，且 \vec{AP} 交 \vec{BC} 於 D ，請選出下列正確的選項。

- (1) $\vec{BD} : \vec{CD} = 3 : 4$ (2) $\vec{AP} : \vec{AD} = 7 : 12$ (3) $\vec{AE} : \vec{BE} = 3 : 4$
 (4) $\frac{\triangle ACP \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}} = \frac{9}{49}$ (5) $\frac{\triangle AED \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}} = \frac{4}{21}$

10. 如右圖所示，坐標平面上 $A(4, 3)$ 為圓 Γ 上一點，原點 O 為 Γ 的圓心。若 B 為圓 Γ 上之動點，且 $\vec{BC} = \vec{OA}$ ，則下列哪些敘述是正確的？

- (1) \vec{OC} 必平分 \vec{OA} 與 \vec{OB} 的夾角
 (2) $|\vec{OC}|$ 的值可能為 $\sqrt{110}$
 (3) 若 C 在 y 軸正向上，則 C 落在圓 Γ 的內部
 (4) 若 $C(a, b)$ 在圓 Γ 上，則 $ab < 0$
 (5) 若 $C(a, b)$ ，則 a 之最小值為 -1



三、選填題（每題 5 分，共 35 分）

說明：1. 第 11 至 17 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (11~25)。

2. 第 11 至 17 題每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

11. 在坐標平面上，若兩向量 $\vec{a} = (s, \frac{1}{2})$ 與 $\vec{b} = (-\frac{1}{2}, t)$ 都是單位向量（即長度為 1 的向量），且兩向量的夾角為 30° ，則 $8 \times s \times t =$ (11)(12)。

12. 設 O 為坐標平面上的原點， P 點坐標為 $(2, 4)$ ；若 A 、 B 分別是正 x 軸及正 y 軸上的點，使得 $\vec{PA} \perp \vec{PB}$ ，則 $\triangle OAB$ 面積的最大可能值為 $\frac{(13)(14)}{(15)}$ （化成最簡分數）

13. 設 \vec{u}, \vec{v} 為兩非零向量。以 $|\vec{u}|$ 表 \vec{u} 之長度，若 $3|\vec{u}| = 2|\vec{v}| = 2|\vec{u} + \vec{v}|$ ，且 θ 表 \vec{u}, \vec{v} 之夾角，則 $\cos \theta = \frac{(16)(17)}{(18)(19)}$ （化成最簡分數）

14. 直線 L_1 與 L_2 的方程式分別為 $x+2y=0$ 與 $3x-5y=0$ 。為了確定平面上某一定點 P 的坐標，從 L_1 上的一點 Q_1 偵測得向量 $\vec{Q_1P} = (-7, 9)$ ，再從 L_2 上的點 Q_2 偵測得向量 $\vec{Q_2P} = (-6, -8)$ ，則 P 點的坐標為（(20)，(21)）。

15. 已知 A, B, C 三點不共線， P, Q 為直線 BC 上相異兩點，且 $\vec{AP} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$ ， $\vec{AQ} = 2b\vec{AB} + (7a-3b)\vec{AC}$ ，其中 a, b 為相異實數。若 $\triangle ABC$ 面積為 48，則 $\triangle APQ$ 面積為 (22)(23)。

16. 設 $A(a, 1)$ 、 $B(1, b)$ 、 $P(2, 3)$ 為坐標平面上三點，已知 \vec{PA} 與 \vec{PB} 互相垂直，當行列式 $\begin{vmatrix} a & 2b \\ -2b & a \end{vmatrix}$ 的值為最小值時，則此時 $\triangle PAB$ 的面積為 (24)。

17. 已知 $\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 3$ ， $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2a_1 & a_2 \\ 2c_1 & c_2 \end{vmatrix} = -4$ ， $\Delta_3 = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} = b$ ，若方程組 $\begin{cases} b_1x - a_1y = c_1 \\ b_2x - a_2y = c_2 \end{cases}$ 的解為 $(a, -1)$ ，則 $a \times b =$ (25)。

一、單選題

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
2	4	3	1	5

二、多選題

(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
125	13	1234	125	1(送分)45

三、選填題

(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
-6	$\frac{25}{4}$	$\frac{11}{24}$	(9,1)	60
(16)	(17)			
2	2			