

一、單選題 ( 每題 5 分 , 共 25 分 )

- 在平行四邊形  $ABCD$  中,  $\overline{AB}=3$ ,  $\overline{BC}=5$ , 則  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$  的值為?  
(1) 15 (2) 16 (3) 18 (4) 24 (5) 34 .
- 假設三角形  $ABC$  的三邊長分別為  $\overline{AB}=9$ 、 $\overline{BC}=11$ 、 $\overline{AC}=6$  . 請選出和向量  $\overrightarrow{AB}$  的內積為最大的選項?  
(1)  $\overrightarrow{AC}$  (2)  $\overrightarrow{CA}$  (3)  $\overrightarrow{BC}$  (4)  $\overrightarrow{CB}$  (5)  $\overrightarrow{AB}$  .
- $ABC$  為坐標平面上三角形,  $P$  為平面上一點且  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ , 則  $\frac{\Delta ABP \text{面積}}{\Delta ABC \text{面積}}$  等於?  
(1)  $\frac{1}{5}$  (2)  $\frac{2}{5}$  (3)  $\frac{3}{5}$  (4)  $\frac{4}{5}$  (5)  $\frac{3}{4}$
- $\triangle ABC$  內接於圓心為  $O$  之單位圓 . 若  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \sqrt{3}\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ , 則  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$  為何?  
(1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (4)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (5) 1 .
- 設  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  都是平面上不為零的向量 . 若  $2\vec{a} + \vec{b}$  與  $\vec{a} + 2\vec{b}$  所張成的三角形面積為 9, 則  $3\vec{a} + \vec{b}$  與  $\vec{a} + 3\vec{b}$  所張成的三角形面積為下列哪一個選項?  
(1) 6 (2) 9 (3) 12 (4) 18 (5) 24 .

二、多重選擇題 ( 每題 8 分 , 共 40 分 )

說明：第 6 題至第 10 題, 每題有 5 個選項, 其中至少有一個是正確的選項, 請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定, 所有選項均答對者, 得 8 分; 答錯 1 個選項者, 得 4.8 分; 答錯 2 個選項者, 得 1.6 分; 答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者, 該題以零分計算。

- 在平面直角坐標系中, 若  $A(1,0), B(-1,0)$ , 則下列哪些函數的圖形上可以找到  $P$  點, 使得  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$  .  
(1)  $y = -x^2$  (2)  $y = x^2 + 1$  (3)  $2x + 4y = 5$  (4)  $x^2 + (y - 3)^2 = 1$  (5)  $y = 2^x$

7. 已知  $\triangle ABC$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) 若  $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$ ，則  $P$  必為  $\triangle ABC$  的重心  
 (2) 若  $2\vec{PA} + 3\vec{PB} + 4\vec{PC} = \vec{0}$ ，則  $P$  必為  $\triangle ABC$  的內心  
 (3) 若  $2\vec{PA} - 3\vec{PB} + 4\vec{PC} = \vec{0}$ ，則  $P$  必在  $\triangle ABC$  的外部  
 (4) 若  $\vec{AP} \cdot \vec{AB} = \frac{1}{2} |\vec{AB}|^2$ ，則  $P$  必為  $\triangle ABC$  的外心  
 (5) 若  $\vec{AP} \cdot \vec{AB} = \vec{AP} \cdot \vec{AC}$ ，則  $P$  必為  $\triangle ABC$  的垂心

8. 若  $\vec{a} = (1, p)$ ， $\vec{b} = (100, q)$ ， $\vec{c} = (r, s)$ ，其中  $p, q, r, s$  皆為非零的實數，若想找實數數對  $(x, y)$  使得  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，關於下列敘述哪些正確？

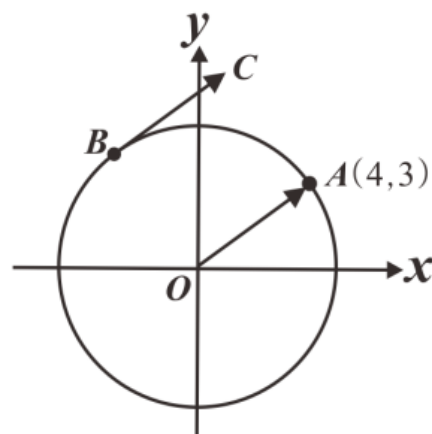
- (1) 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則數對  $(x, y)$  一定有解  
 (2) 若數對  $(x, y)$  只有一組解，則  $\vec{a}, \vec{b}$  兩向量不平行  
 (3) 若數對  $(x, y)$  無限多解，則  $\vec{a} // \vec{b}$   
 (4) 若數對  $(x, y)$  無解，則  $\vec{a} // \vec{b}$   
 (5) 若數對  $(x, y)$  無解，則  $\begin{vmatrix} 1 & p \\ r & s \end{vmatrix} = 0$

9. 設  $P$  為  $\triangle ABC$  內部一點，且  $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ ，若  $\vec{CP}$  交  $\vec{AB}$  於  $E$ ，且  $\vec{AP}$  交  $\vec{BC}$  於  $D$ ，請選出下列正確的選項。

- (1)  $\vec{BD} : \vec{CD} = 3 : 4$       (2)  $\vec{AP} : \vec{AD} = 7 : 12$       (3)  $\vec{AE} : \vec{BE} = 3 : 4$   
 (4)  $\frac{\triangle ACP \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}} = \frac{9}{49}$       (5)  $\frac{\triangle AED \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}} = \frac{4}{21}$

10. 如右圖所示，坐標平面上  $A(4, 3)$  為圓  $\Gamma$  上一點，原點  $O$  為  $\Gamma$  的圓心。若  $B$  為圓  $\Gamma$  上之動點，且  $\vec{BC} = \vec{OA}$ ，則下列哪些敘述是正確的？

- (1)  $\vec{OC}$  必平分  $\vec{OA}$  與  $\vec{OB}$  的夾角  
 (2)  $|\vec{OC}|$  的值可能為  $\sqrt{110}$   
 (3) 若  $C$  在  $y$  軸正向上，則  $C$  落在圓  $\Gamma$  的內部  
 (4) 若  $C(a, b)$  在圓  $\Gamma$  上，則  $ab < 0$   
 (5) 若  $C(a, b)$ ，則  $a$  之最小值為  $-1$



三、選填題（每題 5 分，共 35 分）

說明：1. 第 11 至 17 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (11~25)。

2. 第 11 至 17 題每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

11. 在坐標平面上，若兩向量  $\vec{a} = (s, \frac{1}{2})$  與  $\vec{b} = (-\frac{1}{2}, t)$  都是單位向量（即長度為 1 的向量），且兩向量的夾角為  $30^\circ$ ，則  $8 \times s \times t =$  (11)(12)。

12. 設  $O$  為坐標平面上的原點， $P$  點坐標為  $(2, 4)$ ；若  $A$ 、 $B$  分別是正  $x$  軸及正  $y$  軸上的點，使得  $\vec{PA} \perp \vec{PB}$ ，則  $\triangle OAB$  面積的最大可能值為  $\frac{(13)(14)}{(15)}$ （化成最簡分數）

13. 設  $\vec{u}, \vec{v}$  為兩非零向量。以  $|\vec{u}|$  表  $\vec{u}$  之長度，若  $3|\vec{u}| = 2|\vec{v}| = 2|\vec{u} + \vec{v}|$ ，且  $\theta$  表  $\vec{u}, \vec{v}$  之夾角，則  $\cos \theta = \frac{(16)(17)}{(18)(19)}$ （化成最簡分數）

14. 直線  $L_1$  與  $L_2$  的方程式分別為  $x+2y=0$  與  $3x-5y=0$ 。為了確定平面上某一定點  $P$  的坐標，從  $L_1$  上的一點  $Q_1$  偵測得向量  $\vec{Q_1P} = (-7, 9)$ ，再從  $L_2$  上的點  $Q_2$  偵測得向量  $\vec{Q_2P} = (-6, -8)$ ，則  $P$  點的坐標為（(20)，(21)）。

15. 已知  $A, B, C$  三點不共線， $P, Q$  為直線  $BC$  上相異兩點，且  $\vec{AP} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$ ， $\vec{AQ} = 2b\vec{AB} + (7a-3b)\vec{AC}$ ，其中  $a, b$  為相異實數。若  $\triangle ABC$  面積為 48，則  $\triangle APQ$  面積為 (22)(23)

16. 設  $A(a, 1)$ 、 $B(1, b)$ 、 $P(2, 3)$  為坐標平面上三點，已知  $\vec{PA}$  與  $\vec{PB}$  互相垂直，當行列式  $\begin{vmatrix} a & 2b \\ -2b & a \end{vmatrix}$  的值為最小值時，則此時  $\triangle PAB$  的面積為 (24)。

17. 已知  $\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 3$ ， $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2a_1 & a_2 \\ 2c_1 & c_2 \end{vmatrix} = -4$ ， $\Delta_3 = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} = b$ ，若方程組  $\begin{cases} b_1x - a_1y = c_1 \\ b_2x - a_2y = c_2 \end{cases}$  的解為  $(a, -1)$ ，則  $a \times b =$  (25)

一、單選題

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
2	4	3	1	5

二、多選題

(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
125	13	1234	125	1(送分)45

三、選填題

(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
-6	$\frac{25}{4}$	$\frac{11}{24}$	(9,1)	60
(16)	(17)			
2	2			