國立中興大學附屬高級中學 112 學年度第 1 學期第二次期中考 高三數學測驗卷

班級:__________ 座號:_____ 姓名:_______________ 試題共 五 頁

命題老師：Bao 審題老師：Derek

第壹部分：選擇題 (占 44 分)

一、單選題 (占 20 分)

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 4 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 討論函數 $f(x)=-x^4+4x^3-6x^2+8x$ 的凹向跟反曲點，下列選項何者正確？

   (1) $x=1$ 為反曲點，且 $f(x)$ 在 $x<1$ 時凹向下，在 $x>1$ 時凹向上

   (2) $x=1$ 為反曲點，且 $f(x)$ 在 $x>1$ 時凹向下，在 $x<1$ 時凹向上

   (3) $x=1$ 為反曲點，且 $f(x)$ 在所有實數皆凹向下

   (4) $x=1$ 不為反曲點，且 $f(x)$ 在所有實數皆凹向下

   (5) $x=1$ 不為反曲點，且 $f(x)$ 在所有實數皆凹向上(4)

2. 在 $f(x)=(x^2-5x+3)^{10}$ 的圖形上，以點 $P(1,1)$ 為切點的切線方程式為何？

   (1) $10x+y=11$ (2) $10x-y=9$ (3) $30x-y=29$
   (4) $30x+y=31$ (5) $y=1$ (3)

3. 設 k 為整數，且 $f(x)=x^3+kx^2+(k+6)x+3$，若 $f(x)$ 恆為嚴格遞增函數，則滿足條件之 k 值共有幾個？

   (1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 11 (4)

4. 已知 $f(x)=4x^3+x\int_{-2}^{0}f(t)dt+5$ 為一多項式，試求 $f(-1)$ 之值為

(1) 0　　(2) 3　　(3) 6　　(4) 9　　(5) 12 (2)

5. 若方程式 $x^3+3x^2-24x+t=0$ 有兩相異負根及一正根，則 t 值的範圍為

(1) $t>28$　　(2) $0<t<28$　　(3) $-28<t<80$

(4) $-80<t<0$　　(5) $0<t<80$ (4)

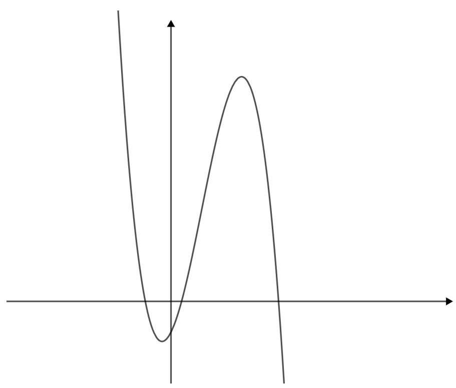
二、多選題 (占 24 分)

說明：第 6 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 右圖為 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的圖形，則下列哪些選項是正確的？

(1) $a>0$　　(2) $b>0$　　(3) $c>0$　　(4) $d>0$　　(5) $b^2-3ac>0$

(2)(3)(5)



7. 試求下列哪些 x 值使得函數 $f(x)=x^4-4x^3+4x^2+5$ 在閉區間 $[-1,3]$ 上有極大值？

(1) -1　(2) 0　(3) 1　(4) 2　(5) 3

(1)(3)(5)

8. 設 $f(x)$ 為一個四次多項式函數，$y=f'(x)$ 的圖形如右圖。已知 $y=f'(x)$ 和 x 軸交於 $(-2,0)$，$(1,0)$，與 $(3,0)$ 三點，且 $y=f'(x)$ 在 $x=\alpha$ 跟 $x=\beta$ 有水平切線，令 $A(\alpha,f'(\alpha))$，$B(\beta,f'(\beta))$，試問下列哪些選項是正確的。

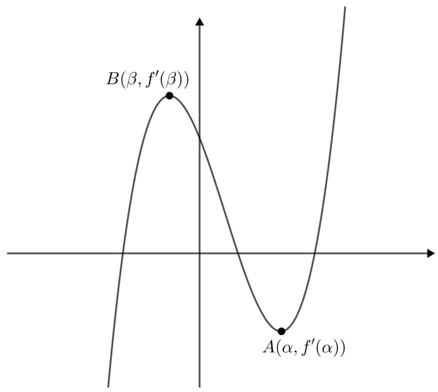
(1) $f(x)$ 在 $x\leq\beta$ 時為遞增函數

(2) $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 這區間為凹向下

(3) A、B 兩點為 $f(x)$ 的反曲點

(4) $f(x)$ 在 $x=3$ 時有極小值

(5) $f(x)$ 在 $x=\dfrac{1}{3}$ 處的切線斜率為負(4)



第貳部分：選填題 (56 分)

三、選填題(占 56 分)

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7-25） 2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。 3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

A. 若 $f(x)=\dfrac{2x^2-6x+3}{x^3+1}$，求 $f'(1)=\underline{\dfrac{⑦⑧}{⑨}}$。$\dfrac{-1}{4}$

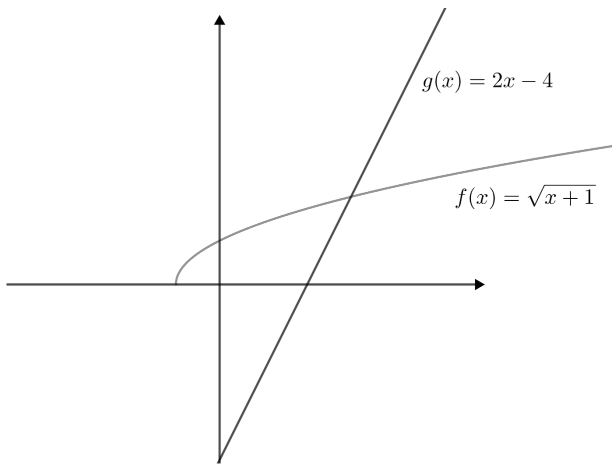
B. 定積分 $\displaystyle\int_{-4}^{4}(|x-2|+|x+3|+\sqrt{16-x^2})dx$ 之值為 $\underline{⑩⑪+⑫\pi}$。$45+8\pi$

C. 對於拋物線 $y=x^2+2023$ 與直線 $y=0$，$x=0$，及 $x=2$ 所圍成的區域，若將區間 $[0,2]$ 等分成 n 個區域，並以 U_n 與 L_n 分別表示所圍區域在 $[0,2]$ 間 n 等分的上和與下和。若欲使 $U_n-L_n<0.1$，則 n 之最小正整數值為 $\underline{⑬⑭}$。81

D. 兩函數 $f(x)=x^3-2x^2-x$ 與 $g(x)=-2x^2+3x$ 之圖形所圍成的區域面積為 $\underline{⑮}$。8

E. 在半徑為 6 公分的半球形容器中裝滿水，再將此容器傾斜 30°，則流出的水體積共 $\underline{⑯⑰}\pi$ 立方公分。99

F. 設區域 R 為 $f(x)=\sqrt{x+1}$ 與 $g(x)=2x-4$ 的圖形與 x 軸、y 軸在第一象限所圍成的區域。若將區域 R 繞 x 軸旋轉形成一個立體 S，試求立體 S 的體積為 $\underline{\dfrac{⑱⑲}{⑳}}\pi$。$\dfrac{37}{6}\pi$



G. 在半徑 15 公分的球內，作一個內接的直圓柱，則當直圓柱體積最大時的底面半徑為 $\underline{㉑\sqrt{㉒}}$ 公分。$5\sqrt{6}$

H. 求極限 $\dfrac{(1^2+2^2+\cdots+n^2)(1^5+2^5+\cdots+n^5)}{(1^3+2^3+\cdots+n^3)(1^4+2^4+\cdots+n^4)}=\underline{\dfrac{㉓㉔}{㉕}}$。$\dfrac{10}{9}$

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。