

參考公式

1. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$  ,

$$\text{算術平均數 } \mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$$

2. 二維數據  $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  ,

$$\text{相關係數 } r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

$$\text{迴歸直線 (最適合直線) 方程式 } y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$$

一、單一選擇題(每題 6 分)

( ) 1. 下列各組資料，何者的標準差最大？

- (甲) 1, 2, 3, 4, 5
  - (乙) 2021, 2022, 2023, 2024, 2025
  - (丙) 1, 3, 5, 7, 9
  - (丁) -10, -20, -30, -40, -50
  - (戊) -501, -502, -503, -504, -505
- (1)甲 (2)乙 (3)丙 (4)丁 (5)戊。

( ) 2. 等差數列  $\langle a_n \rangle$  ,  $a_{71} = 70$  且前 101 項的和為 0 , 則下列何者正確？

- (1) $a_1 > 0$  (2) $a_{51} > 0$  (3) $a_1 + a_{101} > 0$  (4) $a_2 + a_{100} < 0$  (5) $a_3 + a_{99} = 0$

二、多重選擇題(每題 7 分，每題至少有一個選項是正確的，錯一個選項得 4.2 分，錯二個選項得 1.4 分，錯三個選項以上得 0 分)

( ) 3. 有兩組實驗數據，如下表，若實驗(一)所得的相關係數為  $r_1$  , 且迴歸直線方程式的斜率為  $m_1$  ; 實驗(二)所得的相關係數為  $r_2$  , 且迴歸直線方程式的斜率為  $m_2$  , 請選出正確的選項。

x	1	2	3	4	5
y	9	7	6	2	1

實驗(一)

x	2	4	6	8	10
y	12	10	9	5	4

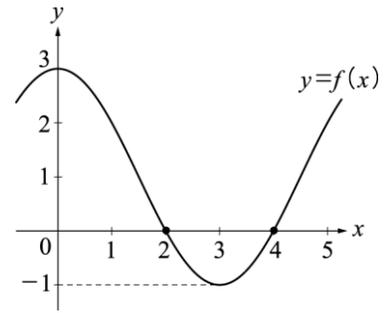
實驗(二)

- (1)  $2r_1 = r_2$  (2)  $r_1 = r_2$  (3)  $m_1 = m_2$  (4)  $2m_1 = m_2$  (5)  $m_1 < m_2$  。

- ( )4. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{AC}=4$ ， $\overline{BC}=7$ ，請選出正確的選項。
- (1) $\triangle ABC$ 為銳角三角形 (2) $\triangle ABC$ 的面積為 $2\sqrt{6}$  (3) $\sin A = \frac{2\sqrt{6}}{5}$  (4)外接圓半徑為 $\frac{35}{2\sqrt{6}}$
- (5)過點 $B$ 作 $\overline{AC}$ 邊上的高，其長為 $2\sqrt{6}$ 。
- ( )5. 有100支籤，其中20支有獎：特獎2000元一支，二獎500元二支，三獎100元17支。今甲、乙二人依序各抽取一支籤(甲先抽)，取後不放回，下列選項何者正確？
- (1)甲抽得二獎的機率為0.02 (2)乙抽得特獎的機率為0.01 (3)甲抽得三獎的機率與乙抽得三獎的機率相等 (4)甲的期望值為47元 (5)甲的期望值大於乙的期望值
- ( )6. 已知 $P(A)=0.5$ ， $P(B)=0.3$ ， $P(A \cap B)=0.2$ ，則下列選項何者正確？
- (1) $P(A \cup B)=0.7$  (2) $P(A|B)=\frac{2}{3}$  (3) $P(A' \cap B)=0.3$  (4) $P(A|B')=\frac{3}{7}$  (5) $P(B|A)=\frac{2}{5}$
- ( )7. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=30^\circ$ ， $\overline{AB}=5$ ， $\overline{BC}=4$ 請選出正確的選項。
- (1)可以確定 $\angle B$ 的餘弦值 (2)可以確定 $\angle C$ 的正弦值 (3)可以確定 $\angle C$ 的餘弦值 (4)可以確定 $\triangle ABC$ 的形狀與大小 (5)可以確定 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。

- ( )8. 右圖是函數  $y=f(x)=a \sin b(x+\theta)+k$  的部分圖形，其中  $a, b, \theta$  都是正數，已知  $y=f(x)$  的圖形有通過點  $(0, 3)$  與  $(3, -1)$ ，則下列選項何者正確？

- (1)  $a=2$  (2)  $b=\frac{2\pi}{3}$  (3)  $k=1$  (4)  $\theta$  值可能為  $\frac{1}{2}$   
 (5) 若實數  $\alpha$  使  $f(\alpha)=0$  則  $\alpha$  必為偶數。



- ( )9. 假設  $X$  為某高一全體學生第 1 次月考數學成績。已知  $X$  平均分數  $\mu_X=43$  分，標準差  $\sigma_X=10$  分。該校數學老師認為成績普遍不佳，因而作以下分數調整：新成績  $Y=8 \cdot \frac{X-\mu_X}{\sigma_X} + 64$ ，請問下列敘述哪些正確？

- (1) 新成績的平均分數  $\mu_Y=64$  分  
 (2) 新成績的標準差  $\sigma_Y=9$  分  
 (3) 原始成績為 38 分的同學，經調整分數即可達到及格分數 60 分  
 (4)  $Y$  與  $X$  的相關係數為 1  
 (5) 新成績  $Y$  較原成績  $X$  更為集中

三、填充題(每題 5 分)

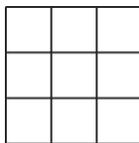
A、方程式  $12 \sin x=x$ ，共有 ⑩ 個實數解。

B、已知一等比數列公比為 2，且  $a_1+a_2+\dots+a_{15}=700$ ，則  $a_1+a_4+a_7+a_{10}+a_{13}=\underline{\text{⑪ ⑫ ⑬}}$ 。

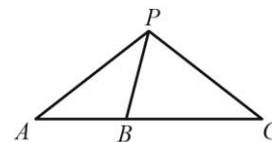
C、某高中社團男、女生共有 25 人，且女生人數多於男生人數。某次活動中，社團指導老師分配任務，要任選兩人擔任公關，他發現選出的兩人為同性的機率與選出兩人為異性的機率恰好相等，則女生比男生多 ⑭ 人。

D、將 1, 2, 3, …, 9 共九個數字任意填入圖中九個空格且數字不重複，則至少有一行的三數由上而下為遞增的機

率為  $\frac{\textcircled{15} \textcircled{16}}{\textcircled{17} \textcircled{18} \textcircled{19}}$ 。(化為最簡分數)

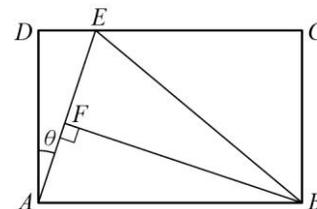


E、如右圖，在一條海防警戒線上有 A、B、C 三個聲納接收點，B 到 A 的距離是 20 哩，C 到 A 的距離是 50 哩。今在某時刻 B 收到來自靜止目標 P 的一個信號，8 秒後 A、C 同時接收到該信號。已知聲波信號在水中的傳播速度是每秒 1.5 哩，試求 P 到海防警戒線  $\overline{AC}$  的距離為  $\textcircled{20} \sqrt{\textcircled{21} \textcircled{22}}$  哩。(化為最簡根式)



F、如右圖，已知長方形 ABCD 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BF}$  垂直  $\overline{AE}$  於 F 點，若  $\angle DAE = \theta$ ，且  $\triangle BEF$  的面積為 8，則

$\sin\theta\cos\theta = \frac{\textcircled{23}}{\textcircled{24}}$ 。(化為最簡分數)



四、混合題(共 9 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在**答案卷**作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

金融學的 70 法則如下：若年利率為  $r\%$  且以複利計算，則本利和達到原來本金 2 倍所需時間大約為  $\frac{70}{r}$  年。在低利率時使用 70 法則的誤差較小。某人將一筆本金存入銀行，年利率為  $r\%$ ，每年計息一次，利用以上資訊回答下列二個問題。

1. 經過  $n$  年後，以單利計算的本利和為  $a_n$ ，以複利計算的本利和為  $b_n$ ，請問下列哪個選項正確？(單選題，4 分)
  - (1)  $\langle a_n \rangle$  與  $\langle b_n \rangle$  皆為等差數列
  - (2)  $\langle a_n \rangle$  與  $\langle b_n \rangle$  皆為等比數列
  - (3)  $\langle a_n \rangle$  為等差數列， $\langle b_n \rangle$  為等比數列
  - (4)  $\langle a_n \rangle$  為等比數列， $\langle b_n \rangle$  為等差數列
  - (5)  $\langle a_n \rangle$  與  $\langle b_n \rangle$  皆不為等差數列，亦皆不為等比數列
  
2. 在年利率為  $3\%$  的情況下，單利計算與複利計算兩者分別使得本利和達到原來本金 2 倍所需的時間約相差多少年？(小數點後第一位四捨五入至整數位)(非選擇題，5 分)

1. 4

2. 5

3. 25

4. 35

5. 1234

6. 245

7. 25

8. 135

9. 1345

A. 7

B. 100

C. 5

D.  $\frac{91}{216}$

E.  $4\sqrt{21}$

F.  $\frac{2}{9}$

四.1. 3

2. 10 年