

國立中興大學附屬高級中學 112 學年度第 1 學期第一次期中考高一測驗卷

班級: \_\_\_\_\_

座號: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

試題共 四 頁

命題老師: Ting

審題老師: Lin

第壹部分、選擇(填)題(占 92 分)

一、單選題(占 20 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知  $a = 10^{-\log 8}$ ， $b = 10^{-2\log 4}$ ， $c = 10^{-4\log 2}$ ， $d = 10^{-8\log 1}$ ，則  $a, b, c, d$  的大小關係為

(1)  $a = b = c = d$

(2)  $a = d > b = c$

(3)  $d > a > c > b$

(4)  $d > a > b = c$

(5)  $d > a > b > c$

2. 將  $\frac{166}{495}$  化成小數後，若小數後第  $n$  位數字為  $a_n$ ，則  $a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = ?$

(1) 51

(2) 61

(3) 69

(4) 75

(5) 78

3. 一位 Nikola Slavkovic 的科學愛好研究家在 youtube 影片中表示，若一張紙厚度約 0.0001 公尺，紙對摺一次，厚度翻倍，以此推論得到，對折 30 次大約 100 公里高的厚度。已知地球距離月球 384400 公里，根據 Nikola Slavkovic 的推論，請問最少對折幾次可以超過地球到月球的距離？

(1) 40

(2) 42

(3) 44

(4) 46

(5) 48

4. 設  $x, y$  為實數， $|x - 7| < 4$ ， $|y - 4| < 2$ ，使  $|xy - 40| < k$  成立之最小  $k$  值為何？

(1) 18

(2) 26

(3) 34

(4) 40

(5) 66

## 二、多選題(占 24 分)

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 已知  $a, b$  為非零實數，且  $a < b$ ，請選出恆成立的選項。

(1)  $a < \frac{a+b}{4} < b$

(2)  $\frac{3a+b}{4} < \frac{2a+b}{3}$

(3) 若  $n = \frac{b}{a}$ ，則  $n$  為有理數

(4) 可找到  $a, b$  使得  $a + b\sqrt{2} = 0$  成立

(5) 若  $0 < a < b$ ，則  $\frac{a+b}{2}$  的最小值為  $\sqrt{ab}$

6. 關於絕對值求解問題的敘述，試選出正確的選項。

(1)  $|x - 1| = 2$  恰有 2 個解

(2)  $|x - 1| + |x + 1| = 1$  恰有 2 個解

(3)  $|x - 1| + |x + 1| = 2$  恰有 2 個解

(4) 若  $a$  為非零實數，則  $|ax - 1| \leq 2$  的解為  $\frac{-1}{a} \leq x \leq \frac{3}{a}$

(5) 承 (4)， $|ax - 1| \leq 2$  和  $|-ax + 1| \leq 2$  的解相同

7. 已知  $10^{1.3617} \approx 23$ ，則下列選項哪些正確？

(1)  $\log 23 \approx 1.3617$

(2)  $\log 46 \approx 2.7234$

(3)  $10^{0.3617} \approx 2.3$

(4)  $23^{10}$  為 14 位數

(5)  $23^{-10}$  化成小數後第 13 位開始不為 0

三、選填題(占 48 分)

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(8-31)  
2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。  
3. 若答案為分數，皆須化為**最簡分數**；若答案內有根號，皆須化為**最簡根式**。

A. 設正實數  $x$  的小數部分為  $b$ ，若  $x^2 = 9 - 4\sqrt{2}$ ，則  $\frac{1}{b} = \frac{\sqrt{\textcircled{8}} + \textcircled{9}}{\textcircled{10}}$ 。

B. 若  $2^x + 2^{-x} = \sqrt{5}$ ，試求  $\frac{8^x + 8^{-x}}{4^x + 4^{-x}} = \frac{\textcircled{11}\sqrt{\textcircled{12}}}{\textcircled{13}}$ 。

C. 若不等式  $|ax + 3| \leq b$  的解為  $-3 \leq x \leq 7$ ，則數對  $(a, b) = \left( \frac{\textcircled{14}\textcircled{15}}{\textcircled{16}}, \frac{\textcircled{17}\textcircled{18}}{\textcircled{19}} \right)$ 。

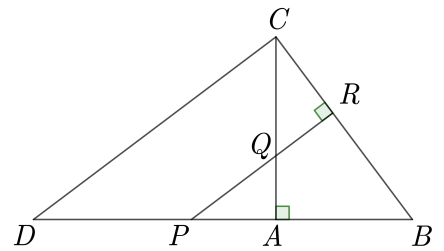
D. 設  $x, y$  為實數，且  $(2.3)^x = (2.3 \times 10^5)^y = 10$ ，則  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{\textcircled{\hspace{1cm}}}$ 。

E. 滿足  $n$  為偶數且  $0.3 \leq \log n < 1.5$  的整數  $n$  共有  $\frac{\textcircled{22}\textcircled{23}}{\textcircled{\hspace{1cm}}}$  個。

F. 求所有滿足等式  $4|x - 57| = 3|x - 78|$  之實數  $x$  的和為 2425。

G. 國內 59 歲超級馬拉松好手羅維銘連續兩年，成功完賽紐約「超越自我 3100 英里跑挑戰賽」(Self-Transcendence 3100 Mile Race)，每天從早上 6 點到午夜 12 點，一直繞著紐約皇后區愛迪生高中周邊，重複繞完 5649 圈即完成賽事，完跑里程，足以環台灣 5 圈。Lu 想透過科學方法來了解自己能否跑這麼久，根據數據的擬合得到，Lu 跑  $t$  小時後，他剩下的能量為初始的  $(100 \times a^t)\%$ ，其中  $a$  為常數。若當他跑 1.5 小時 ( $t = 1.5$ ) 後，Lu 剩下初始一半的能量，則跑 3 小時 45 分後，Lu 剩下的能量為初始的 262728%。(四捨五入至小數點後第一位，已知  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ )

H. 如圖所示， $\triangle ABC$  與  $\triangle BCD$  均為直角三角形， $\angle CAB = \angle BCD = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ 。令  $P$  為  $\overline{AD}$  上一點，對線段  $\overline{BC}$  做垂線，分別與線段  $\overline{AC}$  與  $\overline{BC}$  交於  $Q$ 、 $R$  兩點，求當  $\overline{PQ} \times \overline{QR}$  為最大時，此時  $\overline{PQ}$  長為  $\frac{\textcircled{29}\textcircled{30}}{\textcircled{31}}$ 。



## 第貳部分、非選擇題 (8 分)

說明：限使用黑色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。

1. 解方程式  $|x - 2| + |3x + 1| = 9$ 。(8 分)

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，非選擇題寫於手寫卷上，  
班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

**選擇題：**

1. (4) 出自補教 P18#5
2. (5) 出自講義 P5 演練 2
3. (2)
4. (3) 出自補教 P10#14
5. (2)(4)
6. (1)(5)
7. (1)(3)(4)

**選填題：**

- A.  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$
- B.  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$  出自補教 P13#10
- C.  $(\frac{-3}{2}, \frac{15}{2})$  出自講義 P25 範例 8
- D.  $-5$  出自講義 P41 範例 13
- E. 15 出自補教 P17#3
- F. 60
- G. 17.7
- H.  $\frac{10}{3}$

**非選題簡答：**  $\frac{5}{2}$  或  $-2$  過程與評分：

1. 若  $x < -\frac{1}{3}$ ：原式可推得  $2 - x + (-3x - 1) = 9 \Rightarrow x = -2$  答案滿足區間。(2 分)
  2. 若  $-\frac{1}{3} \leq x < 2$ ：原式可推得  $2 - x + (3x + 1) = 9 \Rightarrow x = 3$ (2 分)  
但答案不滿足區間，不合。(1 分)
  3. 若  $x \geq 2$ ：原式可推得  $x - 2 + (3x + 1) = 9 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$  答案滿足區間。(2 分)
- 綜合 1、2、3 點，得到答案為  $x = -2$  或  $\frac{5}{2}$ 。(1 分)

**備註：**

1. 分段討論等號未寫或重複寫不扣分。
2. 最後答案寫  $x = -2、3$  或  $\frac{5}{2}$  扣 1 分，再加上區間 2 未判斷，再扣 1 分，共 2 分。
3. 只寫答案 0 分，例如：「因為  $x = -2$  代入等式合，所以  $x = -2$  為解」 $\Rightarrow$ 0 分。