

班級: _____

座號: _____

姓名: _____

試題共 四 頁

命題老師: Ting

審題老師: Mencius

第壹部分：選擇題 (占 52 分)

一、單選題 (占 20 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 3 - 2i$, 則在複數平面上, 滿足 $|z - z_1| = |z - z_2|$ 的複數 z 所形成圖形為
 (1) 以 z_1, z_2 為直徑之圓 (2) 以 z_1 為圓心且通過 z_2 之圓 (3) 通過 z_1 之直線
 (4) 通過 z_2 之直線 (5) 通過 z_1, z_2 中點之直線

2. 若 α, β 為方程式 $x^2 - (3 + i)x + 1 + 2i = 0$ 之兩根, 則 $(2 - \alpha)(2 - \beta) = ?$
 (1) -1 (2) 1 (3) $-2 + i$ (4) $2 - i$ (5) $3 - 2i$

3. 設 k 為整數, 已知方程式 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 + kx - 4 = 0$ 在 1 與 2 之間恰有一實根, 則 k 值可能為下列哪個選項?
 (1) -4 (2) -2 (3) 2 (4) 4 (5) 6

4. 設隨機變數 $X \sim B(40, 0.5)$, 利用 Excel 計算二項分布的部分機率值 $P(X = k)$ 與 $P(X \geq k)$
 如表:

X	$P(X = k)$	$P(X \geq k)$
23	0.080702	0.214795
24	0.057164	0.134094
25	0.036585	0.076930
26	0.021107	0.040345
27	0.010944	0.019239

 現有一個硬幣, 連續投擲此硬幣 40 次, 假設在公正的情況下, 設出現正面的次數超過 k 次的機率小於 0.05, 我們判定此硬幣不公平, 試求 k 最小值為多少?
 (1) 23 (2) 24 (3) 25 (4) 26 (5) 27

二、多選題(占 32 分)

說明：第 5 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 甲袋中有 5 個藍色球，分別編號 1, 2, 3, 4, 5；乙袋中有 5 個綠色球，分別編號 2, 5, 8, 11, 14，今從甲、乙兩袋中分別取球兩次，每次取一球，取後放回原袋，每球被取的機會均等。設隨機變數 X 表示從甲袋取出的 2 顆球 球號差 的絕對值；隨機變數 Y 表示從乙袋取出的 2 顆球 球號差 的絕對值，下列哪些選項正確？
- (1) X 的可能取值為 0、1、2、3、4
 - (2) $P(X = 2) < P(X = 3)$
 - (3) $P(1 < X < 4) = \frac{1}{5}$
 - (4) $P(Y = 3) = P(X = 1)$
 - (5) $E(Y) = 3E(X) - 1$
6. 二項分布 $X \sim B(30, \frac{2}{5})$ ，試選出正確的選項。
- (1) X 的可能取值有 30 個
 - (2) $P(X = 11) = P(X = 13)$
 - (3) $X = 12$ 時，機率最大
 - (4) $\sigma(X) < 2$
 - (5) $\sum_{k=0}^{30} k C_k^{30} \left(\frac{2}{5}\right)^k \left(\frac{3}{5}\right)^{30-k} = 12$
7. 設 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 5$ 為三次實係數多項式，且知 $1 - 2i$ 為 $f(x) = 0$ 之一根，試問下列哪些敘述正確？
- (1) $f(-1 - 2i) = 0$
 - (2) $f(1 + 2i) = 0$
 - (3) 沒有實數 x 滿足 $f(x) = x^2$
 - (4) $f(x) = 0$ 必有一有理根
 - (5) (a, b) 為定值

8. 下列各複數中，請選出是 $-8 + 8\sqrt{3}i$ 的 4 次方根之選項。

- (1) $\sqrt{3} - i$
- (2) $-1 + \sqrt{3}i$
- (3) $-\sqrt{3} - i$
- (4) $-1 - \sqrt{3}i$
- (5) $-\sqrt{3} - i$

第貳部分：選填題 (48 分)

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號 (9-32)
2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。
3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

A. 摸彩箱有若干編號為 $1, 2, \dots, 10$ 的彩球，其中各種編號的彩球數目可能不同。今從袋中隨機摸取一球，依據所取球的號數給予若干報酬。現有甲、乙兩案：甲案為當摸得彩球的號數為 k 時，其所獲報酬為 $3k + 7 (k = 1, 2, \dots, 10)$ ；乙案為當摸得彩球的號數為 k 時，其所獲報酬為 $30 - 2k (k = 1, 2, \dots, 10)$ ，已知甲案每摸取一球的期望值為 25，且甲案所獲報酬的標準差為 3，若乙案每摸取一球的期望值為 a 及所獲報酬的標準差為 b ，則數對 $(a, b) = (\underline{9}, \underline{10}, \underline{11})$ 。

B. 設袋中有 7 個白球、3 個黑球，每球被取的機會均等。今自袋中任取 3 球，則取到白球個數的標準差為 $\frac{\underline{12}}{\underline{13}\underline{14}}$ 。

C. 設 a, b 為實數，若 $-2 + i$ 是方程式 $x^2 + ax + b + 2i = 0$ 的一根，則數對 $(a, b) = (\underline{15}, \underline{16})$ 。

D. 若 $z = \frac{(\cos 20^\circ - i \sin 20^\circ)^5 \cdot 2(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)}{\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ}$ ，則複數 z 的主幅角為 171819 度。

E. 某種試驗每次成功的機率皆為 p ，今重複做此試驗，直到成功才停止，令隨機變數 X 表示試驗的次數，若 $P(X \geq 3) = \frac{1}{16}$ ，則 $p = \frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ 。

F. 設 $z = a + bi$ 為複數，其中 a, b 均不為 0 且 $b > 0$ 。若 $z^2 = \bar{z}$ ，則數對 $(a, b) = \left(\frac{\textcircled{22}\textcircled{23}}{\textcircled{24}}, \frac{\sqrt{\textcircled{25}}}{\textcircled{26}} \right)$ 。

G. 若整係數方程式 $f(x) = x^3 - 2kx^2 + k^2x - 3 = 0$ 有一個有理根，則 $k = \textcircled{27}$ 或 28。(作答順序皆可，兩個都正確才給分)

H. 設 $z = a + bi$ 為複數 (其中 a, b 為實數)，若 $|z - 1| = 2|z|$ ，主幅角 $\text{Arg}\left(\frac{z-1}{z}\right) = \frac{2\pi}{3}$ ，則 $(a, b) = \left(\frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}}, \frac{\sqrt{\textcircled{31}}}{\textcircled{32}} \right)$ 。

單選題： 1. (5) 2. (1) 3. (2) 4. (3)

多選題： 5.(1)(4) 6. (3)(5) 7. (2)(4)(5) 8. (2)(3)(5)

選填題： A. (18, 2) B. $\frac{7}{10}$ C. (2, 1) D. 300 E. $\frac{3}{4}$ F. $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ G. 2 或 4 H. $\left(\frac{2}{7}, \frac{\sqrt{3}}{7}\right)$

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。