國立中興大學附屬高級中學 111 學年度第 2 學期第一次期中考 高二數學 A

班級：二年______ 班　座號：_____　姓名：___________　　　　命題：L 老師　審題：C 老師

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

【1】設一四面體 $S-ABC$ 的底面$\triangle ABC$ 不是等邊三角形，但是其三個側面與底面的夾角均相同，若頂點 S 在底面的投影點 O 落在$\triangle ABC$ 的內部，則 O 點必定是$\triangle ABC$ 的

(1)垂心　(2)內心　(3)外心　(4)重心　(5)無法確定

$Ans:2$

【2】坐標空間中 O 為原點，點 P 在第一卦限且 $\overline{OP}=1$。已知直線 OP 與 x 軸有一夾角為 $45°$，且 P 點到 y 軸的距離為 $\frac{\sqrt{6}}{3}$。試選出點 P 的 z 坐標。

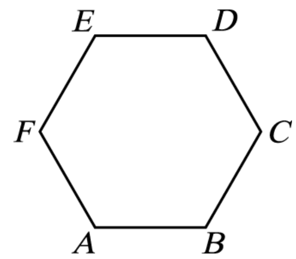
(1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$　(3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(4) $\frac{\sqrt{6}}{6}$　(5) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

$Ans:4$

【3】已知 $ABCDEF$ 為空間中一正六邊形，則下列哪一個選項之值最大？

(1) $|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AB}|$　(2) $|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|$　(3) $|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}|$

(4) $|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AF}|$　(5) $|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{DE}|$



$Ans:3$

二、多重選擇題（占 20 分）

說明：第 4 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

【4】設 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 為空間中之兩向量，且 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 皆非零向量，若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 皆落在一平面 E 上，則下列何者正確？

(1) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{a}$　(2) $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$

(3) $(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{a}=0$　(4) $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{a}$ 及 $\overrightarrow{b}$ 落在同一平面 E 上

(5) $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 所張成之平行四邊形面積為 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$。

$Ans:$ 13

【5】設 $(0,0,0)$，$(2,0,2\sqrt{2})$，$(2,0,0)$，$(0,0,2\sqrt{2})$ 為一正立方體的四個頂點，則下列哪些點也為此正立方體的頂點？

(1) $(2,\sqrt{2},\sqrt{2})$　(2) $(\sqrt{2},2,\sqrt{2})$　(3) $(0,-\sqrt{2},\sqrt{2})$

(4) $(2,\sqrt{2},-\sqrt{2})$　(5) $(2,-\sqrt{2},\sqrt{2})$

$Ans:135$

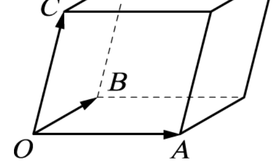
三、選填題（占 65 分）

說明：1.第 6 至 18 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (6~32)。
2.第 6 至 18 題每小題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

【6】設 A(1，4，5)，B(−3，2，−1)為空間二點，若一平面 E 將線段 AB 垂直且平分，平面 E 的方程式為 $2x+by+cz=d$。求 $b+c+d=$ <u>(6)(7)</u>

$Ans:2x+y+3z=7,\quad 11$

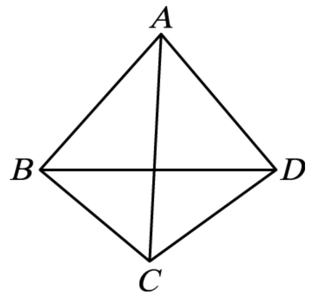
【7】如下圖，若 O（0，0，0），A（1，−2，2），B（4，−5，2），C（0，9，−3）為平行六面體中的四個頂點，試求平行六面體的體積 <u>(8)(9)</u>。



$Ans:45$

【8】空間坐標中有一正四面體 $A-BCD$，頂點 A 的坐標為（7，5，4），而另三個頂點 B、C、D 都在 xy 平面上，試求：此正四面體的體積為 $\underline{(10)\sqrt{(11)}}$ 。(化為最簡根式)

$Ans: 8\sqrt{3}$



【9】一正立方體其中三頂點 $A(4,1,8), B(0,5,4), C(2,3,0)$，求此正立方體中心點座標 $\underline{((12),(13),(14))}$

$Ans: (3,2,4)$

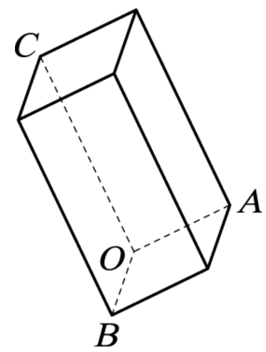
【10】正四面體 $ABCD$，邊長為 2，一動點 P 之始點為 A，沿△ABC，△BCD ，△ABD ，△ACD 之順序，在側面上移動，終點為 C，則 P 點經過之最短距離為 $\underline{(15)\sqrt{(16)}}$ (化為最簡根式)

$Ans: 2\sqrt{7}$

【11】若 $\left(x^2+y^2+4\right)\left(9+a^2+b^2\right)=\left(ax+by+6\right)^2$ ，則 $\dfrac{x^2+y^2}{a^2+b^2}=\underline{\dfrac{(18)}{(17)}}$ (化為最簡分數) $Ans: \dfrac{4}{9}$

【12】如下圖：O（0，0，0）、A（1，2，2）、B（2，－2，1）、C（x，y，z）是長方體的四個頂點，若 $z>0$ 且 $\overline{CO}=2\overline{AO}$ ，則點 C 的坐標為 (p,q,r) ，求 $p+q+r=\underline{(19)(20)}$

$Ans: -2$　C（－4，－2，4）



【13】設 $\overrightarrow{c}=(x,y,z)$ ，若 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{c}=(2,1,3)$ ， $\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{c}=(1,-2,1)$ ，試求 $\dfrac{z}{y}=\underline{(21)(22)}$

$Ans:$ x ∶ y ∶ $z=7$∶1∶(-5)

【14】坐標空間中 xy 平面上有一正方形，其頂點為 $O(0,0,0)$ ， $A(8,0,0)$ ， $B(8,8,0)$ ， $C(0,8,0)$ 。另一點 P 在 xy 平面的上方，且與 O，A，B，C 四點的距離皆等於 6。若 $x+by+cz=d$ 為過 A，B，P 三點的平面，則 $(b,c,d)=\underline{((23),(24),(25))}$

$Ans: x+2z=8$ ，

【15】設 $A\left(4x_1+y_1,5y_1-3x_1\right)$， $B\left(4x_2+y_2,5y_2-3x_2\right)$， $C\left(4x_3+y_3,5y_3-3x_3\right)$ 為坐標平面上三點，且△ ABC 面積為 69，若 P，Q，R 三點的坐標為 $P\left(x_1,y_1\right)$，$Q\left(x_2,y_2\right)$，$R\left(x_3,y_3\right)$，求△ PQR 的面積= $\underline{(26)}$. $Ans: 3$

【16】空間中 O 為原點，且 $A\left(2009,2010,2009^2\right)$ 、 $B\left(2010,2011,2010^2\right)$ 、 $C\left(2011,2012,2011^2\right)$ ，

求四面體 $OABC$ 的體積= $\underline{\dfrac{(28)}{(27)}}$ 。(化為最簡分數) $Ans: \dfrac{1}{3}$.

【17】設 A 、 B 、 C 、 D 為空間中正四面體的四個頂點，另有一點 E 與點 D 分別在△ABC 所在平面的兩側，

且（向量內積） $\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{AC}=0$ 。則 $\cos\angle DAE=\underline{\dfrac{(30)\sqrt{(31)}}{(29)}}$ 。(化為最簡根式) $Ans: -\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

【18】空間中的一個長方體，已知 $\overline{AB}=4$，$\overline{AD}=2$，$\overline{AE}=3$。P，Q 分別為長方體 $\overline{GH}$ 與 $\overline{BC}$ 上的中點，R 為邊 $\overline{AB}$ 上一點，若 $\overline{EQ}$ 與 $\overline{PR}$ 相交於一點，試求 $\dfrac{\overline{AR}}{\overline{RB}}=\underline{(32)}$ 。

$Ans: 3:1$