

班級: _____

座號: _____

姓名: _____

試題共 四 頁

命題老師: Ting

審題老師: Young

第壹部分：選擇題 (占 52 分)

一、單選題(占 28 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 7 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 投擲兩粒公正的骰子，試求在出現點數差為 2 的條件下，點數和小於 7 的機率。

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{3}{4}$

2. 若方程組 $\begin{bmatrix} a & -2 \\ 1 & a-3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ 無解，則 $a =$

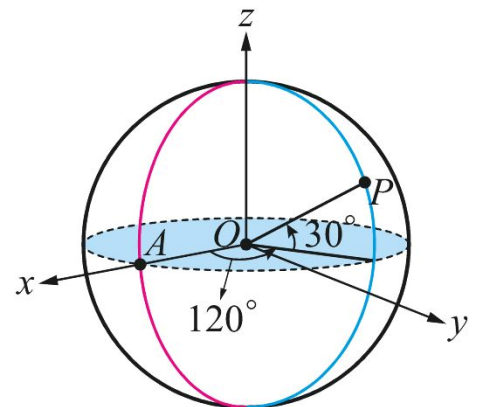
- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 1 或 2

3. 已知樣本空間有 A 、 B 兩事件， A 事件發生的機率為 0.7， B 事件發生的機率為 0.3，若 A 、 B 為獨立事件，則 A 發生或 B 發生的機率為下列何者？

- (1) 條件不足 (2) 1 (3) 0.89 (4) 0.79 (5) 0.21

4. 如圖所示，在空間坐標系中有一個半徑為 4 的球面，其球心為原點 O ，赤道在 xy 平面上， x 軸正向與赤道交於 A 點，且 A 點在 0 度經線上，若 P 點位於北緯 30 度，東經 120 度的交點上，則 A 到 P 點的直線距離平方 (即為 \overline{AP}^2) 為何？

- (1) $2\sqrt{14}$ (2) $4\sqrt{14}$ (3) $8\sqrt{14}$ (4) $16 + 4\sqrt{3}$ (5) $32 + 8\sqrt{3}$



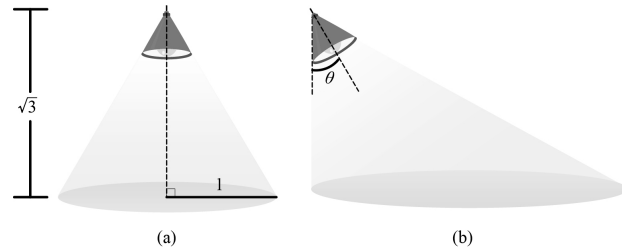
二、多選題(占 24 分)

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 上次數學期中考時，某班 28 位同學中只有 7 位同學及格，其他同學均不及格，小強老師想用抽籤的方法將班上同學分組去參加野雁飛行隊。若每位同學被抽中的機率相等，一次抽一位且抽後不放回，則下列選項哪些正確？

- (1) 第一次抽到及格同學的機率為 $\frac{1}{4}$
- (2) 第二次抽到及格同學的機率為 $\frac{1}{4} \times \frac{6}{27} + \frac{3}{4} \times \frac{7}{27}$
- (3) 最後一次抽到及格同學的機率很接近 0
- (4) 在第一次抽到不及格的同學下，第二次抽到及格同學的機率為 $\frac{7}{27}$
- (5) 在第一次抽到不及格的同學下，第三次抽到及格同學的機率為 $\frac{7}{27}$

6. 一盞舞台的聚光燈離地 $\sqrt{3}$ 公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，且直圓錐的軸與地板垂直。照在地板上的區域形成半徑 1 公尺的圓(見右圖(a))。如圖(b)所示，將燈旋轉 θ 後，使其在地板上照亮區域形成不同的圖形，下列角度與照亮區域圖形的對應關係哪些正確？



- (1) $\theta = 30^\circ$ 時，照亮區域為橢圓
- (2) $\theta = 30^\circ$ 時，照亮區域為拋物線
- (3) $\theta = 60^\circ$ 時，照亮區域為拋物線
- (4) $\theta = 60^\circ$ 時，照亮區域為雙曲線的一部分
- (5) $\theta = 90^\circ$ 時，照亮區域為拋物線

7. 設 n 為正整數，符號 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^n$ 代表矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 自乘 n 次。令 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $b_2 = 6$
- (2) a_1, a_2, a_3 為等差數列
- (3) d_1, d_2, d_3 為等比數列
- (4) b_1, b_2, b_3 為等差數列
- (5) c_1, c_2, c_3 為等比數列

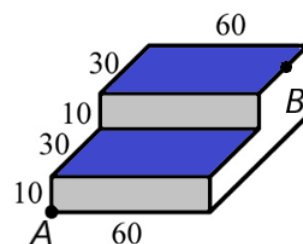
第貳部分：選填題 (48 分)

- 說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號 (8-25)
 2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。
 3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。

- A. 數學研究社社員的年級與性別分配如表，如果希望性別與年級獨立，則應再招收 (8) 名高一女生社員。

	高二	高一
男	16	8
女	12	4

- B. 有一個二級臺階，每級臺階的長、寬、高分別為 60 公分、30 公分、10 公分，如圖所示。在 A 處有一隻螞蟻，牠經過著色的臺階面爬到第二階 B 處，其中 B 為所在線段的中點，請問：此螞蟻最少須爬行 (9) $\sqrt{(10)(11)(12)}$ 公分才能到達。



- C. 設 $A(3, y, 2)$, $B(2, 1, 1)$, $C(1, 0, 3)$, 若 $\triangle ABC$ 為正三角形，則 y 值為 (13)(14)。

- D. 設 $A \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ 。若 $A \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$, 則 $a + b = \underline{(15)(16)}$ 。

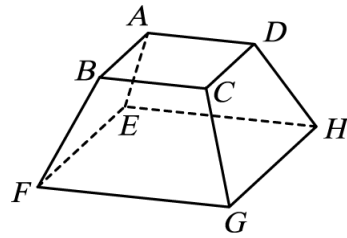
- E. 小勇找 20 同學研究在光線不足下，對於紅、黃、橘三色判斷的狀況，將實驗結果整理如下：

實際顏色 \ 看成顏色	紅色	黃色	橘色	其他
紅色	12	4	4	0
黃色	4	7	8	1
橘色	10	2	8	0

例如上表顯示：若實際顏色為紅色，分別有 12 位判斷正確，剩下分別有 4 位看成為黃色或橘色，0 位看成為其他顏色 (即非紅、黃、橘色)。請問如果被看成是黃色，實際也是黃色的機率為 $\frac{(17)}{(18)(19)}$ 。

- F. Covid-19 的居家快篩試劑主要分為「核酸檢測」和「抗原檢測」兩種，大家較常操作的是屬於抗原檢測，優點為操作方便且需時較短，但需要病毒量較多才偵測得到，且陽性一致率較低。現假設某 A 牌快篩試劑，若患 Covid-19 者經此方法檢驗發現有 Covid-19(即確診)的機率為 0.9，沒患 Covid-19 者經檢驗卻顯示為確診的機率為 0.05；已知延仔所在社區人口中有 15% 民眾患有 Covid-19，若延仔經 A 牌快篩試劑檢驗顯示確診，則延仔確實患有 Covid-19 的機率約為 2021%。(四捨五入至整數位)

- G. 左塞爾金字塔為埃及第三王朝法老左塞爾的陵墓，是左塞爾命令宰相印何闐所設計建造的，估計在前 2667 年至前 2648 年建造，是埃及第一座金字塔，也是首座由 6 個馬斯塔巴組成的金字塔，每一層馬斯塔巴都比下一層馬斯塔巴更小(以上資訊取自 wiki)，其中馬斯塔巴指的是上下皆為長方形，側面為梯形的古埃及墓葬建築的類型。如圖所示，左為左塞爾金字塔，右為馬斯塔巴示意圖。現一位設計師蒲龍想利用左塞爾金字塔概念設計一座讓小孩攀玩的遊戲區 $ABCD - EFGH$ ，其中 $ABCD$ 與 $EFGH$ 邊長分別為 6 與 10 公尺的正方形，四側面均為等腰梯形，為避免太陡導致小孩容易受傷，蒲龍想要梯形 $BCGF$ 與正方形 $EFGH$ 的兩面角 θ 必須滿足 $\cos \theta \geq \frac{3}{5}$ ，則此馬斯塔巴高度(即 B 到平面 $EFGH$ 距離)不得超過 2223 公尺。



- H. 設 a, b, u, v 為實數，已知 $A + B = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ ，與 $A - B = \begin{bmatrix} b & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 。若 $A^2 - B^2 = \begin{bmatrix} u & 17 \\ 6 & v \end{bmatrix}$ ，則 $2a + 4b = \underline{24}25。$

試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，班級姓名座號標示正確，祝考試順利。

选择题：1. (3) 2. (2) 3. (4) 4. (5) 5.(1)(2)(4)(5) 6. (1)(3) 7. (2)(3)

选填题：A. 2 B. $5\sqrt{313}$ C. -1 D. -5 E. $\frac{7}{13}$ F. 76 G. $\frac{8}{3}$ H. 14