

參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$ 答案卡若未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，扣成績 5 分。

第一部分：單選題（占 8 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中有一個是正確或最佳的選項，請將正確答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。每題答對，得 4 分；答錯或未作答者，該題以零分計算。

- 若 $0 < a < 1$ ，則下列哪個選項是正確的？
 (1) $a^{(a^a)} > a^a > a$ (2) $a > a^{(a^a)} > a^a$ (3) $a^a > a^{(a^a)} > a$ (4) $a > a^a > a^{(a^a)}$ (5) $a^a > a > a^{(a^a)}$

- 溶液的 pH 值是將溶液中氫離子濃度的常用對數值加上負號，若將 $[H^+]$ 表示成氫離子濃度，則 $pH = -\log[H^+]$ 。
 班納博士在實驗室研究妹妹珍的血液，他嘗試將血液與不同的東西產生結合，找出任何的危險性，以防有心之人竊取浩克血液去做實驗，進而產生更多危機。過程中有將 10ml 的血液 ($pH = 8$) 與 10ml 的牛奶 ($pH = 6$) 混合在一起，結果產生出粉紅色的粒子不斷分裂，班納博士進一步想要來分析該物質，但得先來檢定一下其 pH 值。請問該混合液體的 pH 值與下列哪個選項最為接近？
 (1) $pH = 6.0$ (2) $pH = 6.5$ (3) $pH = 7.0$ (4) $pH = 7.5$ (5) $pH = 8.0$

第二部分：多選題（占 32 分）

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 下列選項何者為正數？
 (1) 3^{-2} (2) $\sqrt{5} - \sqrt[3]{10}$ (3) $2^{30} - 3^{20}$ (4) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{3}{2}$ (5) $\log_{2022} 2021 - \log_{2021} 2022$

- 下列敘述關於對數哪些選項是正確的？
 (1) 若 $\log_a 10 = 2$ ，則 $a = \pm\sqrt{10}$
 (2) 設 $m > 1$ 且 $n > 1$ ，則 $\log_{\frac{1}{m}} \frac{1}{n} = \log_{\sqrt{m}} \sqrt{n} = \log_{m^2} n^2$
 (3) 設 $\log \beta = -9.527$ ，則 -9 代表 β 在小數點後第 9 位開始不為 0
 (4) 設 $r = \log_5 6$ ， $s = \log_6 5$ ，則 $\log_r s$ 為無理數。
 (5) 設 $x > 0$ ， $x \neq 1$ ，則方程式 $\log_x 3 + \log_3 x = \frac{2022}{2021}$ 無實數解。

5. 下列敘述關於圖形哪些選項是正確的？

- (1) 若 A、B、C 為函數 $y = 10^x$ 上相異三點，且其 x 坐標分別為 p 、 $p+1$ 、 $p+2$ ，則斜率 $m_{AB} < m_{BC}$ 。
- (2) 若 A、B、C 為函數 $y = \log x$ 上相異三點，且其 x 坐標分別為 p 、 $p+1$ 、 $p+2$ ，則斜率 $m_{AB} < m_{BC}$ 。
- (3) 若 $0 \leq k \leq 1$ ，則 $2^{-|x|} = k$ 恆有實根。
- (4) $2^{-|x|} = \log_2|x|$ 有 1 個實根。
- (5) $2^{-|x|} = |\log_2 x|$ 有 2 個實根。

6. 發生地震時，因為距離與地形在週遭各地所感受到的震度是不同的，因此每次地震發生時，會利用儀器觀測得到的地動加速度 PGA (cm/sec^2) 與地動速度 PGV (cm/sec)，換算得到不同地區的地震震度等級，一般是採用整數表示。從 2020 年 1 月 1 日起，中央氣象局採用新的地震震度分級，將原來的 5 級與 6 級，再分成 5 弱、5 強、6 弱、6 強，如下表：

舊制	0 級	1 級	2 級	3 級	4 級
新制	0 級	1 級	2 級	3 級	4 級
I 值	$0 \leq I < 0.5$	$0.5 \leq I < 1.5$	$1.5 \leq I < 2.5$	$2.5 \leq I < 3.5$	$3.5 \leq I < 4.5$

舊制	5 級		6 級		7 級
新制	5 弱	5 強	6 弱	6 強	7 級
I 值	$4.5 \leq I < 5.0$	$5.0 \leq I < 5.5$	$5.5 \leq I < 6.0$	$6.0 \leq I < 6.5$	$6.5 \leq I$

0~4 級依據地表強震儀觀測 PGA 決定，使用公式 $I_1 = 2.00 \times \log(\text{PGA}) + 0.7 \dots \textcircled{1}$ ；5~7 級依據地表強震儀觀測 PGV 決定，使用公式 $I_2 = 2.14 \times \log(\text{PGV}) + 1.89 \dots \textcircled{2}$ ，地震震度先以 PGA 換算，當計算震度 5 級以上時，改以 PGV 進行計算，但若計算 PGV 震度小於 4 級時，則將震度定為 4 級。根據上述資料，下列哪些地區的地震資料其強度會被中央氣象局公告為 6 強？

- (1) $\text{PGA} = 50$ ， $\text{PGV} = 70$ (2) $\text{PGA} = 100$ ， $\text{PGV} = 50$ (3) $\text{PGA} = 500$ ， $\text{PGV} = 100$
 (4) $\text{PGA} = 1000$ ， $\text{PGV} = 90$ (5) $\text{PGA} = 700$ ， $\text{PGV} = 200$

第三部分：選填題（占 60 分）

說明：1.第 A 至 L 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7-35）2.第 A 題到第 L 題答對得 5 分，答錯不倒扣，該題未完全答對不給分。

A. 計算 $(\log_{16} 32) \times \left(9^{\frac{\log 8}{\log 3}} \right) = \underline{\textcircled{7}} \underline{\textcircled{8}}$ 。

B. 不等式 $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-3x} > \left(\frac{1}{1024}\right)^2$ 的解為 $\underline{\textcircled{9}} \underline{\textcircled{10}} < x < \underline{\textcircled{11}}$ 。

C. 方程式 $(\log_9 x)^2 - 2 \log_3 x + 4 = 0$ 的解為 $x = \underline{\textcircled{12}} \textcircled{13}$ 。

D. 聯立方程式 $\begin{cases} 7 \log x - 5 \cdot 3^y = -1 \\ \log x^6 + 3^{y+1} = 21 \end{cases}$ 的解 $x = \underline{\textcircled{14}} \textcircled{15} \textcircled{16}$, $y = \underline{\textcircled{17}}$ 。

E. 設 $f(x) = 9^{x+1} - 3^{x+4}$, $0 \leq x \leq 1$, 當 $x = a$ 時, $f(x)$ 有最大值 M , 則 $a = \underline{\textcircled{18}}$, $M = \underline{\textcircled{19}} \textcircled{20} \textcircled{21}$ 。

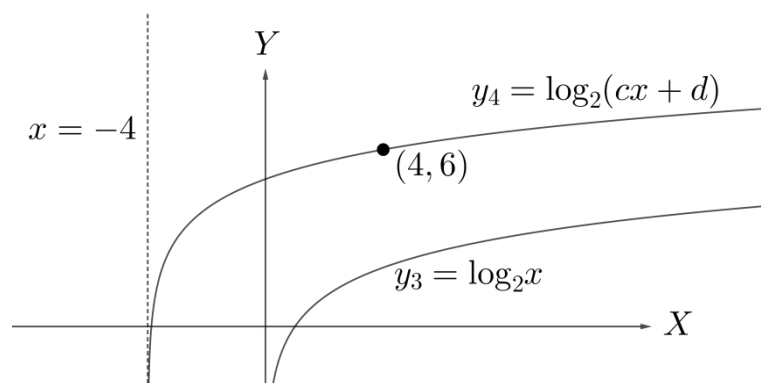
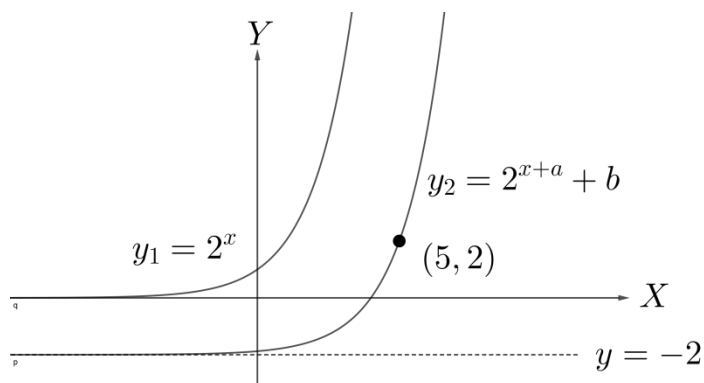
F. 將 7^{80} 以科學記號表示: $7^{80} = a \times 10^m$, 其中 $1 \leq a < 10$, m 為整數, 且 a 的整數部分為 n , 而 7^{80} 的個位數字為 p , 則 $m = \underline{\textcircled{22}} \textcircled{23}$, $n = \underline{\textcircled{24}}$, $p = \underline{\textcircled{25}}$ 。

G. 設 a 為正實數, 且 $a^{\log_2 3} = \sqrt{32}$, 則 $a^{(\log_2 3)^2} = \underline{\textcircled{26}} \sqrt{\textcircled{27}}$ 。(化簡至最簡根式)

H. 設 $x, y, z > 1$, 若 $\log_x a = 24$, $\log_y a = 40$, $\log_{xyz} a = 12$, 求 $\log_z a = \underline{\textcircled{28}} \textcircled{29}$ 。

I. 已知直線 $x = k$ 及 $x = k + 3$ 與函數圖形 $y = \log x$ 分別交於 A, B 兩點, 且與 x 軸分別交於 C, D 兩點, 其中 $k > 1$ 。若四邊形 $ABDC$ 的面積為 $\frac{3}{2}$, 則 k 的值為 $\underline{\textcircled{30}}$ 。

- J. 如左附圖， $y_1 = 2^x$ 經過平移之後得到 $y_2 = 2^{x+a} + b$ ， y_2 的漸近線為 $y = -2$ ；如右附圖， $y_3 = \log_2 x$ 經過平移之後得到 $y_4 = \log_2(cx + d)$ ， y_4 的漸近線為 $x = -4$ 。求 $a + b + c + d =$ ③① ③②。



- K. 設 $a_n = \log_n(n + 1)$ ， $n = 2, 3, 4, \dots, 1023$ ，若 $\frac{1}{\log_{a_2} 1000} + \frac{1}{\log_{a_3} 1000} + \frac{1}{\log_{a_4} 1000} + \dots + \frac{1}{\log_{a_{1023}} 1000} = k$ ，則有理數

$$k = \frac{\textcircled{33}}{\textcircled{34}} \quad \text{。 (化簡至最簡分數)}$$

- L. 根據對數定律， $\text{LOG } A + \text{LOG } N = \text{LOG } AN$ ， $\text{LOG } AN$ -羅根(金鋼狼)，是 X 戰警的其中一員，近期死侍已透漏羅根將會於死侍 3 再次回歸。而 X 戰警是由 X 教授所帶領的團隊，成員都是變種人，變種人是具有特異功能的人，他們相信人類與變種人可以和平共處。曾在某時期倡導過注射「變種人血清」，變種人血清注射之後，可以讓變種人變回正常人，只是這血清被一位名為 Mr.Z 的拿來開發不當用途，他為了統治世界，開發出一種新型病毒 ME (Mutant Extinction)，感染 ME 的變種人會在幾秒內的時間失去特異功能進而變成正常人。

某天， X 教授及羅根發現變種人發生異狀，調查後得知病毒 ME 已經開始大量擴散，他們決定號召所有變種人來聯手對付 Mr.Z 。目前經過精密計算得知 ME 病毒的擴散速度為，「經過 h 小時，變種人的感染率為 $1 - (2.5)^{-0.5h}$ 」，若變種人有 90% 以上的人被感染，則依照他們的戰力將無法戰勝 Mr.Z ，所以他們得在這之前趕緊打倒 Mr.Z ，以拿到解藥。

則至少 H 小時之後，會有 90% 以上的變種人被感染而變回正常人。求 $H =$ ③⑤。(取整數)

< 試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，祝考試順利 >

班級：_____ 座號：_____ 姓名_____

試題共 四 頁，答案卡 一 張

參考答案 敬請指正

單選題

1. 3	2. 2
-------------	-------------

多選題

3. 1 2	4. 2 5	5. 1 5	6. 3 4
---------------	---------------	---------------	---------------

填充題

A. 80	B. $-2 < x < 5$	C. 81	D. (100,1)
E. (0, -72)	F. (67,4,1)	G. $9\sqrt{3}$	H. 60
I. 2	J. 35	K. $\frac{1}{3}$	L. 6