

第壹部分：選擇(填)題(占 92 分)

一、 單一選擇題(每題 6 分,共 36 分)(第 1 題至第 6 題,每題有 5 個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者,得 6 分;答錯、未作答或畫記多於一個選項者,該題以零分計算)

1. 若  $\log_3 a = 2, \log_4 b = 2$ , 試問  $\log_5(a+b)$  最接近的整數為何?

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

2. 關於多項式不等式： $x^2(x+5)(x+1) < (2x-3)(x+5)(x+1)$ ，下列哪個選項是它的一個解？

- (1)  $-3\pi$  (2)  $-2\pi$  (3)  $-\pi$  (4)  $\pi$  (5)  $2\pi$

3. 考慮坐標平面上的直線  $L: 2x-3y+3=0$ 。若  $a$  為實數且二階方陣  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & -8 \end{bmatrix}$  所代表的線性變換可以將  $L$  上的點變換到一條斜率為  $-\frac{1}{3}$  的直線，則  $a$  的值為下列哪一個選項？ (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

4. 設  $a = \cos(-\pi^2)$ ，則下列何者為真？

- (1)  $a = -1$  (2)  $-1 < a \leq -\frac{1}{2}$  (3)  $-\frac{1}{2} < a \leq 0$  (4)  $0 < a \leq \frac{1}{2}$  (5)  $\frac{1}{2} < a < 1$

5. 已知以下各選項資料的迴歸直線(最適合直線)皆相同且皆為負相關，請選出相關係數**最大**的選項。

(1)

x	1	2	6
y	9	7	8

(2)

x	1	2	6
y	13	2	9

(3)

x	1	2	6
y	17	-3	10

(4)

x	1	2	6
y	5	12	7

(5)

x	1	2	6
y	1	17	6

6. 請問滿足絕對值不等式  $|6x-4| \leq 2x$  的實數  $x$  所形成的區間，其長度為下列哪一個選項？

- (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{3}{2}$  (3)  $\frac{5}{2}$  (4)  $\frac{7}{2}$  (5)  $\frac{9}{2}$

二、多重選題(每題 8 分，共 32 分)

說明：第 7 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 下列哪些選項中的方程式，其解必為正數？

(1)  $|x-1|+|x+2|=2$  (2)  $|x-1|+|x+2|=3$  (3)  $|x-1|-|x+2|=0$

(4)  $|x-1|-|x+2|=-2$  (5)  $|x-1|-|x+2|=-3$

8. 給定一實係數三次多項式函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ 。令  $g(x) = f(-x) - 4$ ，已知  $y = g(x)$  圖形的對稱中心為  $(1, 0)$  且  $g(-1) < 0$ 。試選出正確的選項。

(1)  $g(x) = 0$  有三相異整數根

(2)  $a < 0$

(3)  $y = f(x)$  圖形的對稱中心為  $(-1, -4)$

(4)  $f(100) < 0$

(5)  $y = f(x)$  的圖形在點  $(-1, f(-1))$  附近會近似於一條斜率為  $-a$  的直線

9. 設  $n$  為正整數， $a_1, a_2, \dots, a_n$  為一實數數列，滿足  $a_{n+1} = a_n + \frac{3n(n+1)}{2}$ ，試選出正確的選項：

(1) 若  $a_1 = 1$ ，則  $a_2 = 4$

(2) 數列  $\{a_n\}$  為等差數列

(3) 若  $a_1$  為整數，則此數列每一項都是整數

(4) 若  $a_1$  為無理數，則此數列每一項都是無理數

(5) 設  $k$  為正整數，若  $a_k$  是偶數，則  $a_{k+2}$  都是偶數

10. 某村的村長選舉設有兩個投票所。已知兩位候選人在各投票所得到的有效票數比例如表（廢票不列入計算）：

假設第一投票所與第二投票所的有效票數分別為  $x$  與  $y$ （其中  $x > 0, y > 0$ ），且以總得票數較高者為當選人。根據上述表格，試選出正確的選項。

	甲候選人	乙候選人
第一投票所	40%	60%
第二投票所	55%	45%

(1) 當有效票數的總和  $x + y$  已知時，就可決定當選人

(2) 當  $x : y$  的比值小於  $\frac{1}{2}$  時，就可決定當選人

(3) 當  $x > y$  時，就可決定當選人

(4) 當甲候選人在第一投票所的有效票數比在第二投票所的有效票數多時，就可決定當選人

(5) 當乙候選人在第二投票所的有效票數比在第一投票所的有效票數多時，就可決定當選人

三、選填題 (每題 6 分，共 24 分)

說明：1. A 至 D 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(11-21)。

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 某校晚會需要投射兩道雷射燈光在舞臺處交會。現在我們設定空間坐標，一道雷射由  $(0,0,2)$  朝向  $(3,2,6)$  發射，另一道則由點  $(3,1,a)$  沿平行於  $y$  軸方向發射，則當  $a$  為 ⑪ 時，兩雷射燈光會相交。

B. 坐標平面上  $O$  為原點，設  $\vec{u} = (1,2)$ ， $\vec{v} = (3,4)$ 。令  $\Omega$  為滿足  $\vec{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$  的所有點  $P$  所形成的區域，其中  $-2 \leq x \leq 1$ ， $-3 \leq y \leq 2$ ，則  $\Omega$  的面積為 ⑫ ⑬ 平方單位。

C. 一隻青蛙位於坐標平面的原點，每步隨機朝上、下、左、右跳一單位長，總共跳了五步。青蛙跳了五步後離原點恰一單位長的機率為  $\frac{\text{⑭} \text{ ⑮}}{\text{⑯} \text{ ⑰}}$ 。(以最簡分數表示)

D. 某疾病可分為兩種類型：第一類占 80%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 80%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型，且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下，進行第二次療程成功的條件機率為  $\frac{\text{⑱} \text{ ⑲}}{\text{⑳} \text{ ㉑}}$ 。(以最簡分數表示)

第貳部分、混合題或非選擇題 (占 8 分)

說明：本部分共有一個題組，每一子題配分於題末，限在標示題號作答區內作答。選填題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。第 1 題選填題的答案請劃記在答案卡所標示的列號(22-25)，非選擇題請於答案卷作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

1-2 題為題組

1. 選填題 (2 分，請劃記在答案卡對應的位置。)

坐標平面上兩點  $A(0,0)$ 、 $B(6,2)$ ，若  $\overline{AB}$  的中垂線方程式為  $L: ax + y + c = 0$ ，則數對  $(a, c) = (\text{㉒}, \text{㉓} \text{ ㉔} \text{ ㉕})$ 。

2. 非選擇題(6 分，作圖區請以 2B 鉛筆寫在答案卷上，求解區請以黑色墨水筆寫在答案卷上。無說明過程，此題不予計分。)

承上題中所求出的  $L: ax + y + c = 0$ 。設  $\Gamma$  為坐標平面上的圓，點  $A(0,0)$  在  $\Gamma$  的外部且點  $B(6,2)$  在  $\Gamma$  的內部。請將這些圓的圓心  $(x,y)$  以不等式表示，並在坐標平面上畫出這個不等式所表示的區域。

## 解答

### 第壹部分、選擇題

一、單選題（占 36 分） 1.(2) 2.(3) 3.(5) 4.(2) 5. (3) 6.(1)

二、多選題（占 32 分） 7.(4)(5) 8.(1)(2)(5) 9.(1)(3)(4) 10.(2)(3)(4)

### 第貳部分、選填題（占 24 分）

A.6 B. 30 C.  $\frac{25}{64}$  (送分) D.  $\frac{16}{45}$

請將第貳部分題組中的第 2 題寫在答案卷上

2. (6 分)

求解區(請以黑色墨水筆寫在答案卷上)

(1) (3 分)

解法一::

$$\because \sqrt{x^2 + y^2} > \sqrt{(x-6)^2 + (y-2)^2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 > x^2 - 12x + 36 + y^2 - 4y + 4, \therefore 3x + y > 10$$

解法二:

圓心與點  $B$  在直線  $L$  所分割的同一半平面，則  $B(6,2)$  代入  $3x + y - 10$   
得  $3 \cdot 6 + 2 - 10 > 0$ ，所以圓心在半平面  $3x + y - 10 > 0$  的區域內。

或其他正確完整的解法得 3 分；

過程清楚正確，但計算錯誤 或解釋不夠清楚完整 得 2 分；

只有正確答案得 1 分；

其餘不給分。

Ans:  $3x + y - 10 > 0$  (3 分)

作圖區(請以 2B 鉛筆畫在答案卷上) (3 分)

圖形正確但直線沒有以虛線表示得 1 分；

其餘不給分。



