

參考數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ 、 $\log_{10} 7 \approx 0.8451$  答案卡資料若未劃記書寫，或因劃記書寫錯誤，扣成績 5 分。

第一部分：單選題 (占 8 分)

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中有一個是正確或最佳的選項，請將正確答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。每題答對，得 4 分；答錯或未作答者，該題以零分計算。

- 坐標平面上，拋物線  $y = 20x^2 - 24x + 7$  上一點  $P$ ，其  $x$  坐標為  $\log_{10} 5$ 。下列哪個選項是正確的？
 

(1) 點 $P$ 在第一象限	(2) 點 $P$ 在第二象限	(3) 點 $P$ 在第三象限
(4) 點 $P$ 在第四象限	(5) 點 $P$ 在 $x$ 軸上	
  
- Bao 及 Derek 輪流在坐標平面上畫圖，當 Bao 在某些範圍將圖形畫在  $x$  軸下方時，則 Derek 在這些範圍必不能將圖形畫在  $x$  軸下方。此時，Bao 畫的圖形為  $y = x^2 - x - 6$ ，Derek 畫的圖形為  $y = -x^2 - kx + 10$ ，試問有多少個整數  $k$  能滿足上述的限制？
 

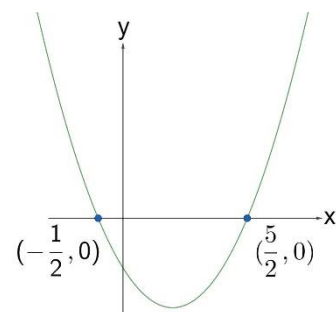
(1) 0 個	(2) 1 個	(3) 2 個	(4) 3 個	(5) 4 個
---------	---------	---------	---------	---------

第二部分：多選題 (占 32 分)

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 設二次函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$  的圖形如附圖，則下列哪些選項的值必為正數？
 

(1) $b$	(2) $a + b + c$	(3) $4a + b$
(4) $b^2 - 4ac$	(5) $2a + b$	



- 已知一次函數  $f(x) = mx + m$ ，二次函數  $g(x) = -x^2 - 2x - 2$ 、 $h(x) = x^2 - 2x + 1$ ，若函數圖形  $f(x)$  恆在  $g(x)$  的上方且  $f(x)$  恆在  $h(x)$  的下方，則下列哪些選項中的  $m$  滿足以上條件？
 

(1) $m = 1$	(2) $m = -2$	(3) $m = -\sqrt{2}$	(4) $m = -\pi$	(5) $m = \log_{10} \frac{1}{7}$
-------------	--------------	---------------------	----------------	---------------------------------
  
- 已知  $y = f(x)$  為二次實係數多項式函數且  $f(x) = 0$  沒有實數解，則下列哪些選項的敘述正確？
 

(1) $f(0) > 0$	(2) $f(1)f(-1) > 0$	(3) 不等式 $f(x) > 0$ 的解為任意實數
(4) 不等式 $f(x) \cdot (x+2)(x-3) < 0$ 的解為 $-2 < x < 3$	(5) 不等式 $[f(x)]^2 \cdot (x+2)(x-3) < 0$ 的解為 $-2 < x < 3$	

6. 設  $f(x)$  是領導係數為正的三次多項式， $f(x)$  除以  $(x-1)^3$  的餘式為  $2x+3$ ，則下列哪些選項的敘述正確？
- (1)  $y=f(x)$  的廣域特徵為函數  $y=g(x)$ ，此函數為一個遞增函數
  - (2)  $y=f(x)$  圖形的對稱中心為  $(1,3)$
  - (3)  $f(5-\sqrt{3})+f(-3+\sqrt{3})=5$
  - (4) 方程式  $f(x)=0$  可能有三個相異實根
  - (5)  $y=f(x)$  與直線  $3x-y+2=0$  恰有三個相異交點

### 第三部分：選填題（占 60 分）

說明：1.第 A 至 L 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7-39）2.第 A 題到第 L 題答對得 5 分，答錯不倒扣，該題未完全答對不給分。

- A. 由於 Bao 老師在某次考試中下手太重，導致同學們成績普遍考 Bao 了！因此決定將同學們的分數透過一次函數  $f(x)=ax+b$  來做調整。已知原本考 92 分的同學被調整成 100 分；原本考 32 分的同學被調整成 60 分，則考 41 分的同學將會被調整成 ⑦ ⑧ 分。
- B. 設某地區的某一段時間的溫度函數為  $f(t)=-4t^2+12t+12$ ，其中  $1\leq t\leq 3$ ，則這期間內該地區的最大溫差為 ⑨。
- C. 已知三次函數  $f(x)=x^3+ax^2+bx+4$  其對稱中心為  $(-1,k)$ ，二次函數  $g(x)=ax^2+bx+c$  其對稱軸方程式為  $x=-\frac{5}{6}$  且過點  $(1,9)$ ，求實數對  $(a,b,c,k)=$  ( ⑩ , ⑪ , ⑫ , ⑬ )。
- D. 已知三次函數  $y=f(x)=2x^3+12x^2+9x+5$ 。若函數  $g(x)=ax^3+px$  的圖形經平移之後與  $y=f(x)$  的圖形重合，則實數  $p$  的值為 ⑭ ⑮ ⑯。
- E. 設  $f(x)=x^3+2x^2-3x-1$ ，則  $f(\sqrt{3}-2)=$  ⑰ ⑱ + ⑲  $\sqrt{\text{⑳}}$ 。

F. 若三次多項式  $f(x)$  滿足  $f(1) = f(2) = 3$ ， $f(3) = 13$ ， $f(4) = 45$ ，則  $f(5) = \underline{\textcircled{21}} \textcircled{22} \textcircled{23}$ 。

G. 已知多項式  $f(x)$  除以  $x - 1$  的商式為  $g(x)$ ，餘式為 3；

$g(x)$  除以  $x - 2$  的商式為  $h(x)$ ，餘式為 2；

$h(x)$  除以  $x - 3$  的商式為  $p(x)$ ，餘式為 1，

若  $xf(x)$  除以  $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$  的餘式為  $ax^2 - bx + c$ ，則實數  $a = \underline{\textcircled{24}}$ 、 $b = \underline{\textcircled{25}}$ 、 $c = \underline{\textcircled{26}}$ 。

H. 若多項式  $ax^2 + (2b - a)x - 2b$  除以  $x^2 + (2 - a)x + (a - 2)$  得餘式為  $-4$ ，則實數對  $(a, b) = (\underline{\textcircled{27}}, \underline{\textcircled{28}} \underline{\textcircled{29}})$ 。

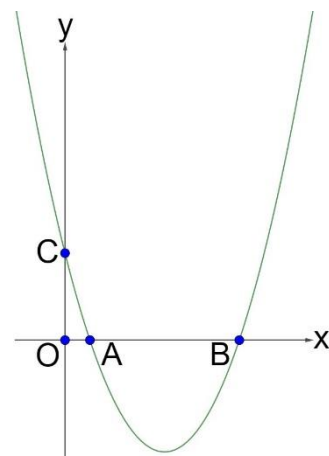
I. 若  $f(x) = (x - 1)^6 + (x - 1)^5 + (x - 1)^4 + (x - 1)^3 + (x - 1)^2 + (x - 1) + 1$

$$= a_6(x - 2)^6 + a_5(x - 2)^5 + a_4(x - 2)^4 + a_3(x - 2)^3 + a_2(x - 2)^2 + a_1(x - 2) + a_0$$

則  $a_2 + a_4 + a_6 = \underline{\textcircled{30}} \textcircled{31}$ 。

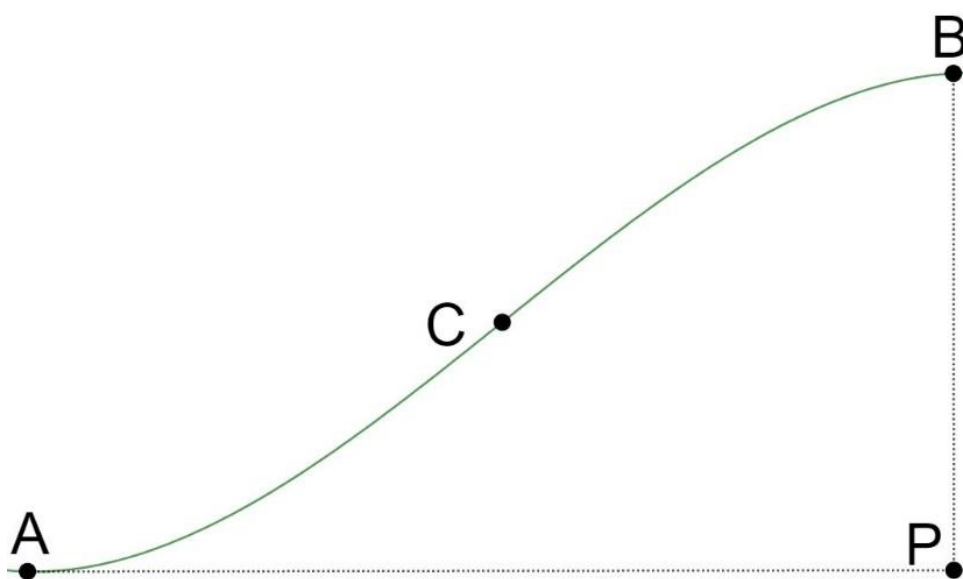
J. 已知  $f(x) = x^2 + ax + b$  是有理係數的二次多項式，其函數圖形如右圖。圖形與  $x$  軸正向交於 A、B 兩點，與  $y$  軸正向交於 C 點，原點為  $O(0,0)$ ，且  $\overline{OA} : \overline{OB} : \overline{OC} = 2 : 14 : 7$ ，

則實數  $a = \underline{\textcircled{32}} \textcircled{33}$ ， $b = \frac{\textcircled{34}}{\textcircled{35}}$ 。



K. 某數學老師在演練多項式除法的時候，發現算出來的答案與正確答案不符，但老師非常肯定自己是沒有任何計算錯誤，後來同學們發現老師是漏寫及抄錯，被除式  $f(x)$  的部分老師漏寫了四次項  $x^4$ ，除式的部分老師把  $x^2 + x + 2$  寫成  $x^3 + x^2 + 2x$ ，以致於得到的餘式為  $3x^2 + 5x - 5$ 。經同學告知後，老師立刻重新計算，並且算出正確的餘式為 36  $x -$  37。

L. 2022 年首部突破全球十億美金票房的電影「捍衛戰士-獨行俠」，是時隔 36 年所推出的系列續集。其故事內容在描述美國海軍捍衛小組(TOP GUN)的訓練以及任務執行，而在電影最後進行攻擊任務執行之前，被召集回來的學員都要接受大量的相關極限訓練。其中有一段飛行在峽谷後段需將 F-18 戰機急拉飛越山壁，而將會面臨到俗稱的棺材角(Coffin corner)，是極度危險的飛行動作。根據數據資料的模擬，附圖為此段飛行的某部分(從 A 點飛至 B 點)，其剛好符合三次函數圖形的一部分。根據分析官所給出的資料顯示，A 點至 B 點的過程會垂直上升高度 20 單位( $\overline{PB}$ 長度)，而此軌跡的中點 C 恰為三次函數圖形的對稱中心，在 C 點附近的圖形近似於斜率為  $\frac{1}{2}$  的直線，在初始計算點 A 附近的圖形近似於斜率為  $\frac{1}{4}$  的直線。根據以上資訊，此段軌跡的水平飛行過程( $\overline{AP}$ 長度)至少為 38 39 單位。



< 試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，祝考試順利 >

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

試題共 四 頁，答案卡 一 張

參考答案 敬請指正

單選題

1.  4	2.  5
-------------	-------------

多選題

3.  3 4	4.  3 5	5.  2 5	6.  1 5
---------------	---------------	---------------	---------------

填充題

A.  66	B.  9	C.  (3,5,1,1)	D.  -15
E.  $-7 + 4\sqrt{3}$	F.  111	G.  (5,8,6)	H.  (4, -2)
I.  57	J.  $(-4, \frac{7}{4})$	K.  $5x - 9$	L.  48