國立中興大學附屬高級中學 110 學年度第 2 學期第二次期中考高二數學 A 第 1 頁/共 3 頁

班級：二年______ 班　座號：_____　姓名：____________　　命題教師：邱繼輝　審題教師：楊志偉

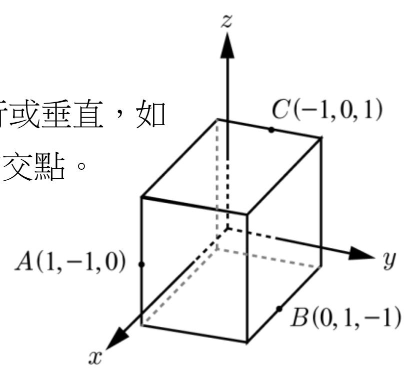
壹、 單一選擇題（每題 6 分，共 36 分）

說明: 第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 在空間坐標中，試問下列選項何者正確？
(1)方程式 $x=0$ 的圖形代表落在 y 軸上的一直線
(2)方程式 $x+y=2$ 的圖形代表一直線
(3)方程式 $x+z=1$ 和 $y+z=1$ 的圖形恰交於一點
(4)方程式 $x+y+z=1$ 與 $x=y=z$ 的圖形恰交於一點
(5)原點 $(0,0,0)$ 與 $x+y+z=1$ 的圖形距離為 $\sqrt{3}$

2. 關於機率的敘述，請選出符合<u>客觀機率</u>的選項。
(1) 一個正六面體的骰子，各面分別標示為 1 點到 6 點，則每一種點數出現的機率均等。
(2)根據歷史資料顯示，在臺灣的新創公司，平均每 50 家只有 1 家能撐過 5 年，因此預測隔壁大樓的新創公司大概有 2%的機率可以撐過 5 年。
(3)投擲三枚公正的硬幣，記錄其各次正反面的情形，則其中（正，正，正）與（正， 反，正）出現的機率一樣。
(4)<u>達利</u>追求一位女孩，他覺得自己一表人才，認為可以追到該女孩的機率為 0.8。
(5)這波 OMICRON 疫情，紐西蘭的致死率為 0.05%，韓國是 0.7%到 0.9%，香港則是 0.7%，所以我國的致死率應該低於 0.05%。

3. 投擲一枚均勻的硬幣，若連續出現三次同一面就停止。設 a 表示恰好投擲三次就停止的機率；b 表示第一次是反面的情況下，恰好在第四次停止的條件機率；c 表示在第一、二次都是反面的情況下，恰好在第五次停止的條件機率，則下列哪一個選項是正確的？
(1) $a=b=c$　(2) $a>b>c$　(3) $a<b<c$　(4) $a<b=c$　(5) $a>b=c$



4. 在坐標空間中，有一邊長為 2，中心在原點 O 的正立方體，且各稜邊都與三坐標平面平行或垂直，如圖所示。已知 $A(1,-1,0)$、$B(0,1,-1)$、$C(-1,0,1)$ 這三點都是某平面 E 和正立方體稜邊的交點。
試問下列哪個點也是平面 E 和正立方體稜邊的交點？
(1) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-1\right)$　(2) $(0,1,1)$　(3) $(-1,1,0)$　(4) $(0,-1,-1)$　(5) $(-2,1,1)$。

5. 設甲說實話的機率為 $\frac{3}{5}$，乙說實話的機率為 $\frac{7}{10}$。今袋中有 5 紅球、3 白球，自袋中任取一球，甲、乙看過之後都說白球，則此球確實是白球的機率是下列哪一個選項？
(1) $\frac{21}{31}$　(2) $\frac{23}{33}$　(3) $\frac{27}{37}$　(4) $\frac{5}{7}$　(5) $\frac{2}{3}$

6. 已知直線 $L_1:\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=0\\a_2x+b_2y+c_2z=0\end{cases}$ 通過原點以外的點 $(-1,2,-3)$，
而點 $(3,-2,1)$ 為另一直線 $L_2:\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=d_1\\a_2x+b_2y+c_2z=d_2\end{cases}$ 上的一點，則下列何者亦為直線 L_2 上的點？
(1) $(0,0,0)$　(2) $(-1,2,-3)$　(3) $(1,-2,3)$　(4) $(2,0,-2)$　(5) $(2,-1,2)$

貳、　多重選擇題(每題 8 分，共 16 分)

說明：第 7 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 空間中一直線 L：$\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{-3}$，下列的各方程式中，哪些的圖形亦為直線 L？

(1) $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y+6}{4}=\dfrac{z+2}{6}$

(2) $\begin{cases} x=-4-t \\ y=-2+2t \\ z=4-3t \end{cases}$，$t$ 為實數

(3) $\begin{cases} x=-4+t \\ y=-2+2t \\ z=4+3t \end{cases}$，$t$ 為實數

(4) $\begin{cases} 2x+y+10=0 \\ 3y-2z+14=0 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 3x+z+8=0 \\ 3y-2z+14=0 \end{cases}$

8. 設 $P(X)$ 表示事件 X 發生的機率，而 $P(X|Y)$ 表示在事件 Y 發生的條件下，事件 X 發生的機率。今有2顆黑球、2顆白球、3顆紅球共7顆大小相同的球排成一列。設事件 A 為2顆白球相鄰的事件，事件 B 為2顆白球不相鄰的事件，而事件 C 為任2顆紅球都不相鄰的事件。試選出正確的選項。

(1) $P(A)<P(B)$

(2) $P(C)=\dfrac{3}{7}$

(3) $2P(C|A)+5P(C|B)<2$

(4) $P(C|A)>0.2$

(5) $P(C|B)>0.3$

參、 選填題（每題 6 分，共 48 分）

說明：1. A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（9–30）。
2.每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 在坐標空間中，設 O 為原點，且點 P 為三平面 $x-4y-5z=0$、$x-4y+2z=0$、$x+y=t$ 的交點，其中 $t>0$。若 $\overline{OP}=17$，則 $t=$ ⑨$\sqrt{⑩⑪}$。（以最簡根式表示）

B. 若直線 L_1：$\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{a}=\frac{z-3}{-2}$ 與直線 L_2：$\frac{x+b}{1}=\frac{y-8}{2}=\frac{z-11}{3}$ 垂直，則 $(a,b)=$（⑫，⑬⑭⑮）。

C. 黑箱中有七枚硬幣，其中一枚兩面皆是人頭，一枚兩面皆是字，其餘五枚一面是人頭一面是字。將手伸入箱中握住一枚硬幣，取出後打開手掌，發現一面是人頭，則另一面也是人頭的機率是 $\frac{⑯}{⑰}$。

D. 某疾病可分為兩種類型：第一類占 80%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 80%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型，且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下，進行第二次療程成功的條件機率為 $\frac{⑱⑲}{⑳㉑}$ (以最簡分數表示)。

E. 已知空間中兩直線 $L_1:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{2}$ 與 $L_2:\frac{x-6}{-1}=\frac{y+1}{k}=\frac{z-6}{-2}$，其中 k 值是從集合 $\{1,2,3,4\}$ 中任取一數，試問在直線 L_1 與 L_2 不重合的條件下，直線 L_1 與 L_2 會相交的機率為 $\frac{㉒}{㉓}$。

F. 已知點 $P(1,1,-2)$，直線 L：$\frac{x-5}{2}=\frac{y-6}{-3}=\frac{z-3}{-2}$，則 P 點在直線 L 之投影點為（㉔，㉕，㉖）。

G. 空間中兩歪斜線 $L_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{1}$，$L_2:\frac{x-4}{-2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-1}{2}$ 的(最短)距離為 ㉗。

H. 某實驗室欲評估快篩試劑的誤判率(即偵測錯誤的機率)。共有 800 人接受此快篩試劑的實驗，實驗前已知樣本中有 750 人未確診。實驗後，快篩試劑反應為陰性(即判斷為未確診)者有 700 人，其中真正未確診者有 690 人。試問此血液偵測技術的誤判率為 $\frac{㉘}{㉙㉚}$（以最簡分數表示）。

解答

第壹部分、選擇題

一、單選題（占 36 分）1.(4)　2.(2)　3.(5)　4.(3)　5. (1)　6.(4)

二、多選題（占 16 分）7.(1)(4)(5)　8.(1)(5)

第貳部分、選填題（占 48 分）

A. $5\sqrt{17}$　**B.** $(1,-11)$　**C.** $\frac{2}{7}$　**D.** $\frac{16}{45}$　**E.** $\frac{3}{4}$　**F.** $(7,3,1)$　**G.** 3　**H.** $\frac{7}{80}$

設通過 A,B,C 三點的平面為 E，且 E 之法向量為 $\overrightarrow{N}$，又 $\overrightarrow{AB}=(-1,2,-1)$，　$\overrightarrow{AC}=(-2,1,1)$，故

$$\overrightarrow{N}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\left(\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{vmatrix},\begin{vmatrix}-1 & -1\\ 1 & -2\end{vmatrix},\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -2 & 1\end{vmatrix}\right)=(3,3,3)=3(1,1,1)$$

故平面 E 之方程式為 $1\cdot(x-1)+1\cdot(y+1)+1\cdot(z-0)=0\Rightarrow x+y+z=0$

又正立方體的稜邊都位於以下任兩個不平行的平面相交的直線上：

$x=1,x=-1,y=1,y=-1,z=1,z=-1$

(1)　×：$(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1)$ 不在稜上

(2)　○：$(-1,1,0)$ 在直線 $\begin{cases}x=-1\\ y=1\end{cases}$ 上，且在平面 E 上

(3)　×：$\because 0+(-1)+(-1)=-2$ 可知 $(0,-1,-1)$ 不在平面 E 上

(4)　×：$(-2,1,1)$ 不在稜上

故選(2)

【試題解析】：(1)×：$P(A)=\dfrac{\frac{6!}{2!3!}}{\frac{7!}{2!2!3!}}=\dfrac{2}{7}$, $P(B)=1-P(A)=\dfrac{5}{7}$，$\therefore P(A)<P(B)$

(2)○：$P(C)=\dfrac{\frac{4!}{2!2!}\times C_3^5}{\frac{7!}{2!2!3!}}=\dfrac{2}{7}$

(3)×：$P(C|A)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(A)}=\dfrac{n(A\cap C)}{n(A)}=\dfrac{\frac{3!}{2!}\times C_3^4}{\frac{6!}{2!3!}}=\dfrac{1}{5}$

$$P(C|B)=\frac{n(B\cap C)}{n(B)}=\frac{\frac{4!}{2!2!}\times C_3^5-\frac{3!}{2!}\times C_3^4}{\frac{5!}{2!3!}\times C_2^6}=\frac{8}{25}$$

$$\Rightarrow 2P(C|A)+5P(C|B)=\frac{2}{5}+\frac{8}{5}=2$$

(4)×： $P(C|A)=\frac{1}{5}=0.2$

(5)○： $P(C|B)=\frac{8}{25}=0.32>0.3$

故選(2)(5)

設事件A為 取出硬幣朝上的那一面為人頭

事件B為 另一面是人頭

因朝上那面是人頭的硬幣有2種情形

$P(A)=\frac{1}{7}\times 1+\frac{5}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

又因事件$A\cap B$為兩面是人頭事件

$\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{1}{7}$

故 $P(B|A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}=\dfrac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{2}{7}$ #