

*請於答案卡(卷)上畫(寫)上正確身分資料，若因未劃記書寫身分資料，或因劃記書寫錯誤，統一扣該科總成績 5 分。

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 4 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

()1. 重複執行伯努力試驗 n 次，已知成功次數的期望值為 150 次，成功次數的標準差為 10 次，則這個伯努力試驗應最有可能為下列哪一個選項？

- (1) 擲一公正骰子，以 1 或 6 點為成功，其他點數為失敗
- (2) 擲一公正骰子，以 1 或 6 點為失敗，其他點數為成功
- (3) 擲一公正骰子，以奇數點為成功，偶數點為失敗
- (4) 擲一公正骰子，以 1 點為成功，其他點數為失敗
- (5) 擲一公正骰子，以 1 點為失敗，其他點數為成功

()2. 若方程式 $x^2 + ax + 3 - i = 0$ 的兩根為 $1 - i$ 與 β ，試問 a 的值為下列哪一個選項？

- (1) $3 + 3i$ (2) $3 - 3i$ (3) 3 (4) -3 (5) $-3i$

()3. 設函數 $f(x) = a(x-1)^4 + k$ ，其中 a, k 為實數且 $a \neq 0$ 。已知函數值 $f(x)$ 的正負情形如附表，則方程式 $f(x) = 0$ 有多少個正實根？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 無法判斷

x	1	2	$x > 2$
$f(x)$	負數	正數	正數

()4. 甲、乙、丙三人進行「黑白黑白我勝利」的猜拳遊戲，每人每次出拳為手心或手背。現在規定甲與另外兩人不同者則甲獲勝且遊戲終止，否則繼續下一局比賽。已知每次出拳都為獨立事件，隨機出拳，直到甲第一次勝利為止。舉例：第一次出拳三人都出手背，則繼續第二次出拳；第二次出拳為乙、丙兩人出手背，甲出手心，則甲獲勝並停止遊戲。求停止遊戲所需次數的標準差為下列哪一個選項？

- (1) $\sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{6}$ (5) 3

()5. 已知兩複數 z 與 $z+i$ 皆為方程式 $x^n = 1$ 的複數根，求滿足此條件的最小正整數 n 為何？

- (1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10 (5) 12

二、多重選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- () 6. 在複數平面上有 A, B 兩點，其所代表的複數分別為 z_1 與 z_2 ， O 為原點，若 $|z_1| = \sqrt{3}$ ， $\frac{z_2}{z_1} = 1 + \sqrt{3}i$ 。請選出正確的選項。
- (1) $|z_2| = 2\sqrt{3}$ (2) $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$ (3) ΔOAB 的面積為 $3\sqrt{3}$ (4) $|z_1 + z_2| = \sqrt{21}$ (5) $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$

- () 7. 某科系宣稱該系新生男女錄取的比例相等。今檢定男女錄取的比例，並列出前三個步驟如下：
- ① 假設「男女錄取的比例相等」；
 - ② 確立檢定統計量為「隨機抽取 11 名新生中女生的人數」；
 - ③ 設定顯著水準為 0.05。

已知隨機變數 X 表示女生的人數，根據附表，試選出隨機變數 X 的拒絕域。

k	$p(X = k)$	$P(X \leq k)$	$P(X > k)$	k	$p(X = k)$	$P(X \leq k)$	$P(X > k)$
0	0.0004882813	0.0004882813	0.9995117188	6	0.2255859375	0.7255859375	0.2744140625
1	0.0053710938	0.0058593750	0.9941406250	7	0.1611328125	0.8867187500	0.1132812500
2	0.0268554688	0.0327148438	0.9672851563	8	0.0805664063	0.9672851563	0.0327148438
3	0.0805664063	0.1132812500	0.8867187500	9	0.0268554688	0.9941406250	0.0058593750
4	0.1611328125	0.2744140625	0.7255859375	10	0.0053710938	0.9995117188	0.0004882813
5	0.2255859375	0.5000000000	0.5000000000	11	0.0004882813	1.0000000000	0.0000000000

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 10 (5) 11

- () 8. 已知 $f(x) = 2x^4 - 11x^3 + 16x^2 + 10x - 31$ ，若 $f(2+i) = a+bi$ ，其中 a, b 皆為實數。請選出正確的選項。
- (1) $a = -1$
 - (2) $b = 1$
 - (3) $f(-2-i) = a-bi$
 - (4) 已知 $f(2) < 0$ 、 $f(3) > 0$ ，以初始值 $a_1 = 3$ ，則利用牛頓法求出 a_2 為 2.68
 - (5) 已知 $f(x) = 0$ 恰有一負根，且 $f(-1.5) > 0$ ，則此負根最接近的整數為 -2

() 9. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，請選出正確的選項。

(1) $\overline{\omega^{10}} = 1$

(2) $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^3)(1-\omega^4) = 5$

(3) $\frac{1}{1-\omega} + \frac{1}{1-\omega^2} + \frac{1}{1-\omega^3} + \frac{1}{1-\omega^4} = 2$

(4) $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^{2022} = 1 + \omega + \omega^2 + \omega^3$

(5) $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5} = 1$

三、選填題（占 48 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（10-23）。

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. z 是複數，且 $2z + 2 \left| \frac{\bar{z}}{z} \right| = 3 + 2i$ ，則 $z = \frac{\textcircled{10} + \textcircled{11} \textcircled{12} i}{\textcircled{13} \textcircled{14}}$ 。（化為最簡）

B. 某工廠有 5 台機器在運作，設隨機變數 X 表示正在使用的台數，其機率函數為 $f(x) = \begin{cases} k(\frac{1}{2})^x, & 0 \leq x \leq 5 \\ 0, & x \geq 6 \end{cases}$ ， k 為實數，

求至少有 2 台在使用的機率為 $\frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16} \textcircled{17}}$ 。（化為最簡分數）

C. 化簡 $\frac{(\sin 86^\circ + i \cos 86^\circ)^{10} (\cos 32^\circ - i \sin 32^\circ)^4}{(\cos 242^\circ + i \sin 242^\circ)} = \frac{\sqrt{\textcircled{18}}}{\textcircled{19}} + \frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}} i$ 。（化為最簡）

D. 設隨機變數 X 的機率分布如表。已知 X 的期望值為 4，則 $2X$ 的標準差為 $\frac{\textcircled{22} \sqrt{\textcircled{23}}}{\textcircled{24}}$ 。(化為最簡根式)

X	1	5	8
機率	$\frac{1}{3}$	b	$2b-1$

E. 設方程式 $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ 的五個根在複數平面上依序對應到 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 五點，求五邊形 $P_1P_2P_3P_4P_5$ 的面積為 $\frac{\textcircled{25} \sqrt{\textcircled{26}}}{\textcircled{27}}$ 。(化為最簡根式)

F. 假設 $-4 \leq k \leq -2$ 且已知 α, β 為方程式 $x^2 - (k-2)x + (k^2 + 3k + 5) = 0$ 的兩個實數根，則 $\alpha^2 + \beta^2$ 的最大值為 ②8 ②9。

G. 甲、乙兩人參加籃球比賽，每場比賽不得和局，若每局甲獲勝的機率為 $\frac{3}{5}$ 。規定先勝三局者可獲得獎金 5000 元。進行至甲勝 2 局、乙勝 1 局時，因故中止比賽，則甲應分配得獎金 ③0 ③1 ③2 ③3 元才合理。

H. 已知兩複數 z_1 與 z_2 ，滿足 $|z_1 - (3 + 2i)| = 3$ ， $|iz_2 - 2| = 1$ ，求 $|z_1 - z_2|$ 的最大值為 ③4。

班級：三年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

解答

一、單選題 1.(1) 2.(4) 3.(2) 4.(3) 5.(5)

二、多重選題 6.(1)(4) 7.(1)(2)(4)(5) 8.(2)(4) 9. (1)(2)(3)

三、選填題 A. $\frac{5+12i}{12}$ B. $\frac{5}{21}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
E. $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ F. 18 G. 4200 H. 9