

班級：三年\_\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

★請於答案卡資料欄內畫上與填上正確的身分資料。若無法辨明身分資料，或劃記錯誤，扣該科成績 5 分。

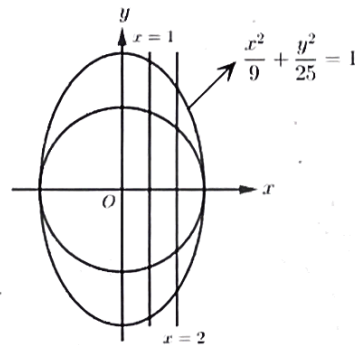
一、 單選題，每題 6 分，共 12 分。

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

( 3 ) 1. 如圖，橢圓  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  內含一圓  $x^2 + y^2 = 9$ 。設圓內部在兩直線  $x=1$ ， $x=2$  之間的面積為  $C$ ，

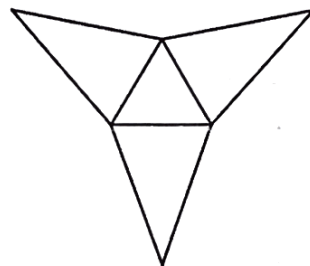
而橢圓內部在此兩直線之間的面積為  $E$ ，則  $C:E = ?$

- (1) 9 : 25
- (2) 25 : 9
- (3) 3 : 5
- (4) 5 : 3
- (5) 1 : 2



( 3 ) 2. 如圖，三角錐展開圖，三角錐底面為邊長  $2\sqrt{3}$  的正三角形，三個側面都是腰長為  $2\sqrt{7}$  的等腰三角形，則此三角錐的體積為何？

- (1)  $7\sqrt{6}$
- (2)  $6\sqrt{7}$
- (3)  $6\sqrt{2}$
- (4)  $18\sqrt{7}$
- (5)  $18\sqrt{2}$



二、 多選題，每題 6 分，共 24 分。

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 6 分；答錯 1 個選項者，得 3.6 分；答錯 2 個選項者，得 1.2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

( 4 ) 3. 已知  $A(0, -1, 1)$ ， $B(-2, 3, -3)$  為坐標空間中的兩點，且  $P$  滿足  $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。下列何者可能為  $P$  ?

- (1)  $(-5, \sqrt{3}, \sqrt{3})$
- (2)  $(5, -\sqrt{3}, -\sqrt{3})$
- (3)  $(8, \frac{1}{2}, -1)$
- (4)  $(-8, -\frac{1}{2}, 1)$
- (5)  $(-1, 1, -1)$

( 1 ) 4. 空間中有一四面體  $ABCD$ 。假設  $\overrightarrow{AD}$  分別與  $\overrightarrow{AB}$  和  $\overrightarrow{AC}$  垂直，請選出正確的選項。

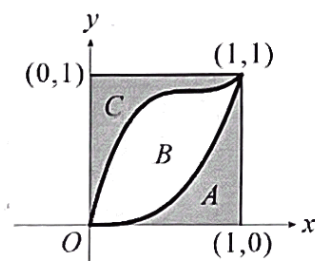
2  
3  
5

- (1)  $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- (2) 若  $\angle BAC$  是銳角，則  $\angle BDC$  是銳角
- (3) 若  $\angle BAC$  是直角，則  $\angle BDC$  是銳角
- (4) 若  $\angle BAC$  是鈍角，則  $\angle BDC$  是銳角
- (5) 若  $\overline{AB} < \overline{AD}$  且  $\overline{AC} < \overline{AD}$ ，則  $\angle BDC$  是銳角

( 1 ) 5. 在圖中，區域  $B$  的上、下緣分別是函數  $f(x)$  與  $g(x)$  在區間  $[0,1]$  上的圖形。請選出正確的選項。

2  
3  
4

- (1) 區域  $A$  的面積為  $\int_0^1 g(x) dx$ 。
- (2) 區域  $B$  的面積為  $\int_0^1 (f(x) - g(x)) dx$ 。
- (3) 區域  $C$  的面積為  $\int_0^1 (1 - f(x)) dx$ 。
- (4) 區域  $A$  繞  $x$  軸所得的旋轉體體積為  $\int_0^1 \pi (g(x))^2 dx$ 。
- (5) 區域  $B$  繞  $x$  軸所得的旋轉體體積為  $\int_0^1 \pi (f(x) - g(x))^2 dx$ 。



( 3 ) 6. 已知平面  $E: x+y-z=1$ ，三直線  $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$ ， $L_2: \begin{cases} y-2z=-15 \\ 2x-y+4z=47 \end{cases}$ ， $L_3: \begin{cases} x=2-t \\ y=4+2t \\ z=2+t \end{cases}$ ，

3  
4  
5

$t$  為實數，請選出正確選項。

- (1)  $L_1$  和  $L_2$  交於一點。
- (2)  $L_2$  平行平面  $E$ 。
- (3)  $L_2$  和  $L_3$  平行。
- (4) 若平面  $F$  包含  $L_2$  和  $L_3$ ，則平面  $F$  的法向量可為  $(5, 4, -3)$ 。
- (5) 包含  $L_2$  且平行  $L_1$  的平面方程式為  $5x - y + 7z = 95$ 。

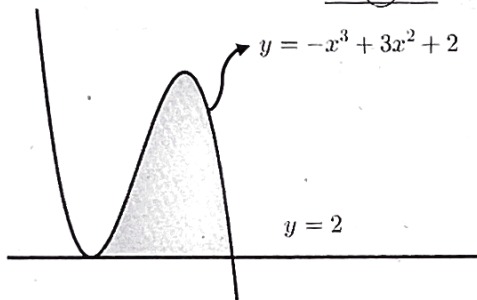
三、選填題，共 64 分。

第 A 至 J 題：將答案劃記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7-38）。A~E 每題答對得 8 分，F~I 每題答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對得零分。若答案為分數，必須化為最簡分數，並注意分子分母列號順序；若答案為根式，必須化為最簡根式。

- A. 某疾病可分為兩種類型：第一類占 80%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 80%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型，且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下，進行第二次療程成功的條件機率為  $\frac{\textcircled{7}\textcircled{8}}{\textcircled{9}\textcircled{10}} = \frac{16}{45}$

- B. 設  $A(1,0)$ ， $B(0,1)$  為坐標平面上兩點， $C$  為直線  $AB$  外一點。經平面線性變換  $M$  作用後，其中  $M$  為  $2 \times 2$  的矩陣， $A$  被映射至  $A'(1, \sqrt{2})$ ， $B$  被映射至  $B'(1, -\sqrt{2})$ ，而  $C$  被映射至  $C'$ 。若  $\triangle ABC$  的面積為 4，則點  $C'$  與直線  $A'B'$  的距離為  $\textcircled{11} = 8$

- C. 求下圖所圍成的區域面積為  $\frac{\textcircled{12}\textcircled{13}}{\textcircled{14}} = \frac{27}{4}$

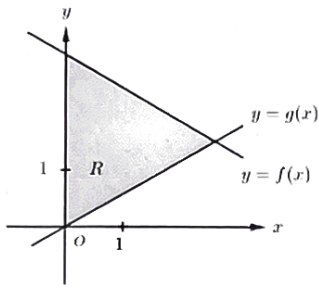


- D. 已知  $R$  為  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ 、 $x=2$  的圖形與  $x$  軸所圍成的區域，則  $R$  繞  $x$  軸所得的旋轉體體積為  $\frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}} \pi = \frac{8}{5} \pi$

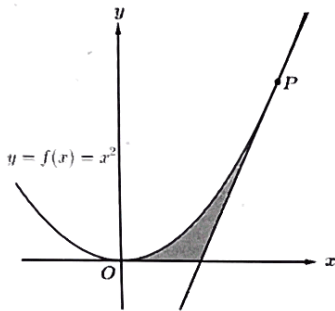
- E. 設一球體的半徑為 5 公分，若有一平面距離球心 2 公分而切割此球體成兩部分，則較小部分的體積為  $\textcircled{17}\textcircled{18} \pi$  立方公分。36

F. 如圖，已知函數  $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + 3$  與  $g(x) = \frac{2}{\sqrt{3}}x$  及  $x=0$  在區間  $[0, \sqrt{3}]$  上圍成一三角形  $R$ ，

求  $R$  繞  $x$  軸所得的旋轉體體積為  $(19)\sqrt{(20)} \pi \cdot 5\sqrt{3}$



G. 在圖中， $P$  為函數  $f(x) = x^2$  圖形上一點， $L$  為以  $P$  為切點的切線。已知  $f(x)$  的圖形與  $x$  軸，直線  $L$  所圍成區域的面積為 144，則  $P$  點的坐標為  $(21)(22)$ ， $(23)(24)(25)$ 。 $(12, 144)$



H. 設計師設計了一款橡木桶，如下圖，桶身是一個開口向下的拋物線  $y = ax^2 + k$  繞  $x$  軸旋轉而成，且橡木桶最大半徑

40 公分。試求數對  $(a, k) = \left( \frac{(26)(27)}{(28)(29)(30)}, (31)(32) \right)$   $(\frac{-1}{180}, 40)$

I. 承上題，試求此橡木桶的體積  $(33)(34)(35)(36)(37)(38)$   $\pi$  立方公分。 $137600$

