

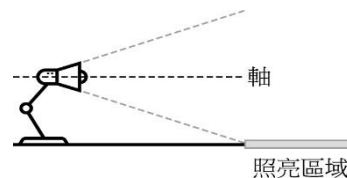
班級：二年_____班 座號：_____ 姓名：_____

第壹部分：選擇題（占 39 分）

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有多個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 右圖為一桌面上的檯燈，已知其照射的燈光成直圓錐狀，其直圓錐的軸與桌面平行，則燈光在桌面上照亮區域所形成的邊界是哪個圓錐曲線的一部分？

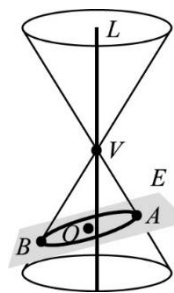


- (1) 圓 (2) 橢圓 (3) 拋物線 (4) 雙曲線 (5) 以上皆非。

2. 已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出半徑為 r 的圓，且直圓錐面母線與軸所夾的銳夾角 θ ，則下列哪個選項為頂點到圓上任意一點的距離？

- (1) $\frac{r}{\sin\theta}$ (2) $\frac{r}{\cos\theta}$ (3) $\frac{r}{\tan\theta}$ (4) $r\tan\theta$ (5) $r\cos\theta$ (6) $r\sin\theta$

3. 已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出一橢圓(如附圖)，且橢圓上距離頂點 V 最近距離 $\overline{VA} = 3$ ，最遠距離 $\overline{VB} = 7$ ，橢圓中心為點 O ，橢圓長軸長 $\overline{AB} = 5$ 。若軸 L 與平面 E 交於點 C ，則 \overline{OC} 的長度為？



- (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) 1 (3) $\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{3}$ (5) 2 (6) $\sqrt{5}$

二、多選題（占 24 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 空間中一直圓錐面以直線 L 為軸，頂點為 V 。今一平面 E 為不通過頂點 V 的平面，有關平面 E 與直圓錐面的截痕，下列那些選項是正確的？ (1)當平面 E 與軸 L 垂直時，其截痕為圓 (2)當平面 E 與軸 L 平行時，其截痕為拋物線 (3)當平面 E 與軸 L 不平行時，其截痕為橢圓 (4)當平面 E 與其中一條母線平行時，其截痕為拋物線 (5)當平面 E 與任意一條母線都不平行，其截痕為雙曲線。

5. 袋中有紅球 5 顆，白球 4 顆，藍球 3 顆。下列關於機率的相關敘述哪些是正確的？

- (1) 一次取三顆球皆為紅球的機率；分三次各別取一顆(取後不放回)皆為紅球的機率。兩者機率相同。
 (2) 第一次取到紅球，第二次取到白球，第三次取到藍球。取後不放回的狀況；取後放回的狀況，兩者機率相同。
 (3) 一次取一顆，取後不放回。第二次取到紅球的機率；第七次取到紅球的機率，兩者機率不相同。
 (4) 一次取一顆，取後不放回。依序取到紅白藍；依序取到藍白紅，兩者機率不相同。
 (5) 一次取一顆，取後放回，共取兩次。

第一次取到紅球的情況下第二次取到藍球；第一次取到藍球的情況下第二取到紅球，兩者機率不相同。

6. 設 A 與 B 為獨立事件，且 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{1}{3}$ 。下列哪些選項是正確的？

- (1) $P(A \cap B) = \frac{5}{6}$ (2) $P(B|A) = \frac{1}{3}$ (3) $P(A|B) = \frac{1}{3}$ (4) $P(B|A') = \frac{1}{3}$ (5) $P(B'|A') = \frac{2}{3}$

第貳部分：選填題（占 61 分）

說明：1.第 A 至 L 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (7-41) 2.第 A 題答對得 6 分，第 B 題到第 L 題答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。(若答案為分數，請化為最簡分數；若答案為根式，請化至最簡)

- A. 已知某高中全校有40%是女學生，60%是男學生，且在女學生中有10%為住宿生，男學生中有20%為住宿生。現在老師要隨機抽取一位住宿的學生做住宿關懷訪問，結果此受訪的學生是女學生的機率為 ⑦ ⑧ %。
- B. 某年的美國職棒大聯盟世界大賽是由華盛頓國民和休士頓太空人爭取世界大賽冠軍，比賽方式為進行七戰四勝的比賽(每場比賽必定分出勝負)，而奪得冠軍的隊伍將可以獲得獎金 2700 萬美金。已知前四戰雙方各拿下兩勝兩敗的戰績，由於太空人的「秘密戰術」高超，因此假設每場比賽太空人獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$ (國民獲勝的機率為 $\frac{1}{3}$)。不過現在遇到天氣嚴峻，城市將再未來幾天遭遇暴風雪襲擊，所以聯盟打算取消剩下的三場比賽，而獎金則會按照獲勝機率分發給兩隊，若以未打的這三戰及上述的兩隊勝率推斷，太空人應獲得 ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ 萬美金。
- C. 小歐、小游、小黃三人要來 PK 擲遠比賽，目標要把球丟到 60 公尺外標記位置。用以往的運動表現來判斷，小歐完成目標的機率有 0.9、小游完成目標的機率有 0.6、小黃完成目標的機率有 0.4，且三人擲遠過程互不相影響。若現在三人各投擲一球，則只有一人成功把球丟到標記位置的機率為 0. ⑬ ⑭ ⑮。

- D. 某國際貿易公司欲聘請新員工 135 人，新進員工的性別與國籍雙向表如附表，而該公司聘請的人數剛好使性別與國籍獨立，而外國籍男性有 x 人，本國籍女性有 y 人。
求兩數之積 $xy =$ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲。

	本國籍	外國籍
男性	50	x
女性	y	20

- E. 袋中有十個銅板，其出現正面的機率分別為 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{5}$ 。現在小張隨機從袋中選取一個銅板來投擲，已知投擲結果為正面，則該銅板為『出現正面機率是 $\frac{1}{4}$ 』的機率為 $\frac{\text{⑳}}{\text{㉑ ㉒}}$ 。(化為最簡分數)
- F. 某知名餐廳實境秀中，限時內每位廚師要煎完 10 顆干貝，主廚鈞瞪會去檢查每位選手的干貝是否合格，而每次只要檢查到 3 顆干貝是不合格的，鈞瞪就會生氣暴怒把整盤丟進垃圾桶。現在參賽者佛蕊得在時間內煎完干貝了，但他自己發現盤子中的 10 顆干貝有 4 顆內部是生的(不合格的干貝)。現在鈞瞪來隨機逐一檢查佛蕊得的干貝。試問，鈞瞪檢查到第五顆時直接暴怒把整盤干貝丟進垃圾桶(即第五顆時發現第三顆不合格的干貝)的機率為 $\frac{\text{㉓}}{\text{㉔}}$ 。(化為最簡分數)
- G. 擲三顆公正的骰子，已知骰子的點數和為 12，求至少出現一顆點數 4 的機率為 $\frac{\text{㉕ ㉖}}{\text{㉗ ㉘}}$ 。(化為最簡分數)

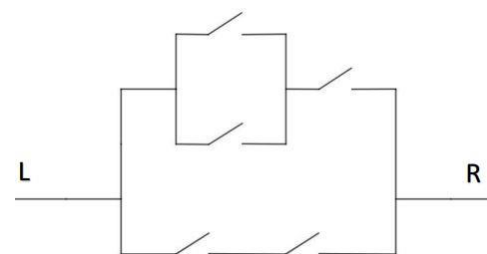
- H. 有一拋物線形的拱橋，如圖。已知此拋物線以過最高點的鉛直線為對稱軸，當水面在 l 線時，拱頂與水平面的距離為 2 公尺，且水面寬度為 2 公尺。若水面再下降 1 公尺，則此時水面寬度為 $\sqrt{\text{㉙}}$ 公尺。(化為最簡根式)



I. 某款棒球運動手遊，其遊戲特色是每張球員卡會有 0 等到 10 等，每張卡片都要從最低的 0 等開始往上升等，每次升等需要消耗一個素材，而等級升等成功的機率會隨著等級提高而降低，且每次成功與否都為獨立事件。現在老爹想要把一張彭政閔的球員卡從 1 等升級到 2 等，已知 1 等升級到 2 等的成功率為 $\frac{2}{3}$ 。而老爹至少要準備 30 個素材，才能使 1 等升級到 2 等的機率不低於 99.9%。

J. 黑白兩色的球共有 20 顆，現在隨機放入甲、乙、丙三個袋子中。甲袋內有 2 顆黑球 4 顆白球，乙袋內有 2 顆白球 4 顆黑球，丙袋內有 w 顆白球 b 顆黑球。今擲一骰子 1 次，若出現點數為 1，則從甲袋抽出一球；若出現點數為 2 或 3，則從乙袋抽出一球；若出現點數為 4、5 或 6，則從丙袋抽出一球。已知在取出是白球的情況下，此白球是取自丙袋的機率為 $\frac{9}{25}$ ，則 $w = \underline{31}$ ， $b = \underline{32}$ 。

K. 附圖為電路圖，圖中有五個開關，電流通過各開關的機率均為 p ($0 < p < 1$)。若各開關的操作獨立，則電流從左端 (L) 流到右端 (R) 的機率為函數 $f(p)$ 。



$$f(p) = p^5 - \underline{33} p^4 - p^3 + \underline{34} p^2。$$

L. 2020 年初，世界各地爆發了傳染病「新冠肺炎 (COVID-19)」，其可能致死以及對感染者會產生無法回復的後遺症，因而造成人民恐慌，各國相繼研發新冠肺炎的快篩檢測試劑，希望能快速正確檢驗疑似感染者體內是否真的存在病毒。

目前生產的快篩檢驗試劑，其檢測的準確率有其極限，仍有「偽陽性」與「偽陰性」的可能，若檢測正確率不高，會造成大規模的「無感染者誤判確診、已感染者被錯放」的嚴重後果。在醫檢學上，常以「敏感性」與「特異性」來衡量檢測的準確度，敏感性是感染者中採檢陽性的比例，也可稱為「真陽性」的比例；特異性是非感染者中採檢陰性的比例，一般簡稱為「真陰性」的比例。檢測者是否為感染者與接受試劑檢測後的採檢結果關係如附表。

現在有一款 T 牌快篩試劑，檢驗結果為「真陽性」的機率有 90%，檢驗結果為「真陰性」的機率有 80%。

已知在太平洋群島上的某海島，島內有 1% 的 COVID-19 感染者。現在島上的居民 Zedkaia 因公務要出國，因此前往醫院用 T 牌快篩試劑進行檢測。第一次快篩結果為陽性，但 Zedkaia 不相信，因為他已經長達兩個月都在家裡辦公，隔天，Zedkaia 進行第二次快篩結果為陰性。最終拿到檢查報告得以出國。

試問 Zedkaia 沒有感染 COVID-19 的機率為 $\frac{\underline{35} \underline{36} \underline{37}}{\underline{38} \underline{39} \underline{40}}$ 。

(化為最簡分數)

		檢測者	
		感染病毒	非感染病毒
採檢結果	陽性	真陽性	偽陽性
	陰性	偽陰性	真陰性

* 而在台灣有一個真實案例，案 530 在機場檢測出陽性反應，隔日再次採檢時為陰性反應，且後續採檢的上呼吸道檢體以及抗體都呈現陰性，為罕見的病程表現。後來調查釐清之後，發現其原本的檢體是為案 536 的檢體，因此判定檢體有錯置之情形。最後決定將案 530 從確診病例中移除。

< 試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，也記得隨時戴著口罩保護你我，希望疫情趕快結束，祝考試順利 >

參考答案 敬請指正

單選題

1. 4	2. 1	3. 2
---------	---------	---------

多選題

4. 1 4	5. 1 5	6. 2 4 5
-----------	-----------	-------------

填充題

A. 25	B. 2000	C. 268	D. 1000
E. $\frac{5}{21}$	F. $\frac{1}{7}$	G. $\frac{13}{25}$	H. $\sqrt{6}$
I. 7	J. 2 ; 6	K. 2 ; 3	L. $\frac{176}{177}$