

班級：二年_____班 座號：_____ 姓名：_____

第壹部分：多重選擇題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 空間中有三條直線 $L_1: x - 2 = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{3}$, $L_2: \begin{cases} x - 2y + 2z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$, $L_3: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 - t \\ z = 6 - 2t \end{cases}$, t 為實數。下列敘述哪些是正確的？
- (1) L_1 的方向向量為 $(0, 2, 3)$ (2) L_1 與 L_2 的方向向量互相垂直
 (3) L_2 交 xz 平面於點 $(-3, 0, 3)$ (4) L_2 與 L_3 兩直線交於一點 (5) L_1, L_2, L_3 無法決定出一平面
2. 下列關於空間中的敘述哪些是正確的？
- (1) $x + y = 2$ 為一條與 z 軸不相交的直線
 (2) 已知 $E_1: 2x - 3y + 4z = 7$ ，則向量 $\vec{e}_1 = (2, -3, 4)$ 平行 E_1
 (3) 若原點在平面 E_2 之投影點為 $P(3, 1, 2)$ ，則 E_2 的方程式可為 $3(x - 3) + (y - 1) + 2(z - 2) = 0$
 (4) 已知直線 L_1 的方向向量為 \vec{l}_1 ，直線 L_2 的方向向量為 \vec{l}_2 。若 \vec{l}_1, \vec{l}_2 兩向量不平行，則 L_1, L_2 交於一點
 (5) 已知直線 L_3 的方向向量為 \vec{l}_3 ，平面 E_3 的法向量為 \vec{e}_3 。若 $\vec{l}_3 \cdot \vec{e}_3 = 0$ ，則 L_3 與 E_3 平行
3. 設 A 與 B 為獨立事件，且 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ 。下列哪些選項是正確的？
- (1) $P(A \cap B) = \frac{5}{6}$ (2) $P(B|A) = \frac{1}{3}$ (3) $P(A|B) = \frac{1}{3}$ (4) $P(B|A') = \frac{1}{3}$ (5) $P(B'|A') = \frac{2}{3}$ 。

第貳部分：選填題（占 76 分）

說明：1. 第 A 至 O 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（4-45）2. 第 A 題答對得 6 分，第 B 題到第 O 題答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

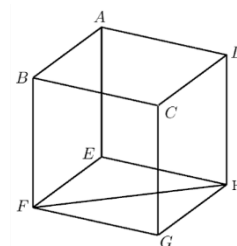
- A. 已知某高中全校有 40% 是女學生，60% 是男學生，且在女學生中有 10% 為住宿生，男學生中有 20% 為住宿生。現在老師要隨機抽取一位住宿的學生做住宿關懷訪問，結果此受訪的學生是女學生的機率為 ④ ⑤ %。
- B. 某年的美國職棒大聯盟世界大賽是由華盛頓國民和休士頓太空人爭取世界大賽冠軍，比賽方式為進行七戰四勝的比賽（每場比賽必定分出勝負），而奪得冠軍的隊伍將可以獲得獎金 2700 萬美金。已知前四戰雙方各拿下兩勝兩敗的戰績，由於太空人的「秘密戰術」高超，因此假設每場比賽太空人獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$ （國民獲勝的機率為 $\frac{1}{3}$ ）。不過現在遇到天氣嚴峻，城市將再未來幾天遭遇暴風雪襲擊，所以聯盟打算取消剩下的三場比賽，而獎金則會按照獲勝機率分發給兩隊，若以未打的這三戰及上述的兩隊勝率推斷，太空人應獲得 ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ 萬美金。

- C. 小歐、小游、小黃三人要來 PK 擲遠比賽，目標要把球丟到 60 公尺外標記位置。用以往的運動表現來判斷，小歐完成目標的機率有 0.9、小游完成目標的機率有 0.6、小黃完成目標的機率有 0.4，且三人擲遠過程互不相影響。若現在三人各投擲一球，則只有一人成功把球丟到標記位置的機率為 0. ⑩ ⑪ ⑫
- D. 空間中兩點 $A(2,0,1)$ 、 $B(-1,1,2)$ 。若 A 、 B 對稱於平面 $ax - by - cz + 1 = 0$ ，則 $a = \underline{\text{⑬}}$ ， $b = \underline{\text{⑭}}$ ， $c = \underline{\text{⑮}}$ 。
- E. 通過點 $P(1,1,-1)$ ，且與兩平面 $x + y = 0$ ， $x - y + z = 3$ 均垂直的平面方程式為 $ax + by - 2z = k$ 。則 $k = \underline{\text{⑯}}$ 。
- F. 空間中有兩點 $A(1,1,0)$ 、 $B(3,-1,1)$ ，平面 $E: x - 2y + 2z - 5 = 0$ ，求 \overline{AB} 在平面 E 上的正射影長度為 $\frac{\sqrt{\text{⑰} \text{⑱}}}{\text{⑲}}$ 。(化為最簡根式)
- G. 若 xy 平面與平面 $E: x - 2y + tz + 1 = 0$ 的夾角為 45° ，則實數 $t = \underline{\text{⑳}} \sqrt{\text{㉑}}$ 。(化為最簡根式)
- H. 設 x 、 y 、 z 滿足 $2x - y - 2z - 7 = 0$ ，求 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2$ 的最小值為 ㉒。
- I. 擲四個公正的骰子，已知骰子的點數和為 20，求至少有二個骰子為 6 點的機率為 $\frac{\text{㉓} \text{㉔}}{\text{㉕} \text{㉖}}$ 。(化為最簡分數)
- J. 設直線 $L_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{2}$ ， $L_2: \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-6}{4}$ ，則直線 L_1 與直線 L_2 的公垂線段長為 $\frac{\text{㉗} \text{㉘}}{\text{㉙}}$ 。(化為最簡分數)
- K. 空間中三點 $A(8,1,6)$ 、 $B(1,-2,0)$ 、 $C(-1,1,-4)$ 。若直線 L 通過 A 點並與 \overrightarrow{BC} 直線垂直，則 L 和直線 \overrightarrow{BC} 的交點坐標為 (㉚ , ㉛ ㉜ , ㉝)。

- L. 某款棒球運動手遊，其遊戲特色是每張球員卡會有 0 等到 10 等，每張卡片都要從最低的 0 等開始往上升等，每次升等需要消耗一個素材，而等級升等成功的機率會隨著等級提高而降低，且每次成功與否都為獨立事件。現在老爹想要把一張彭政閔的球員卡從 1 等升級到 2 等，已知 1 等升級到 2 等的成功率為 $\frac{2}{3}$ 。而老爹至少要準備 34 個素材，才能使 1 等升級到 2 等的機率不低於 99.9%。

- M. 空間中有一束雷射光經過點 $A(2,4,-1)$ 射向平面 E 上一點 $B(5,10,-3)$ ，經反射後通過點 $C(11,12,-6)$ ，設平面 E 的方程式為 $ax - by - z + k = 0$ 。則序組 $(a, b, k) = (\underline{35}, \underline{36}, \underline{37} \underline{38})$ 。

- N. 空間中有一正立方體 $ABCD - EFGH$ (如參考圖)，已知頂點 $A(3,4,-3)$ ，直線 \overleftrightarrow{FH} 的方程式為 $\frac{x-11}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{1}$ ，則此正立方體的邊長為 39。



- O. 2020 年初，世界各地爆發了傳染病「新冠肺炎 (COVID-19)」，其可能致死以及對感染者會產生無法回復的後遺症，因而造成人民恐慌，各國相繼研發新冠肺炎的快篩檢測試劑，希望能快速正確檢驗疑似感染者體內是否真的存在病毒。目前生產的快篩檢測試劑，其檢測的準確率有其極限，仍有「偽陽性」與「偽陰性」的可能，若檢測正確率不高，會造成大規模的「無感染者誤判確診、已感染者被錯放」的嚴重後果。在醫檢學上，常以「敏感性」與「特異性」來衡量檢測的準確度，敏感性是感染者中採檢陽性的比例，也可稱為「真陽性」的比例；特異性是非感染者中採檢陰性的比例，一般簡稱為「真陰性」的比例。檢測者是否為感染者與接受試劑檢測後的採檢結果關係如附表。
- 現在有一款 T 牌快篩試劑，檢驗結果為「真陽性」的機率有 90%，檢驗結果為「真陰性」的機率有 80%。
- 已知在太平洋群島上的某海島，島內有 1% 的 COVID-19 感染者。現在島上的居民 Zedkaia 因公務要出國，因此前往醫院用 T 牌快篩試劑進行檢測。第一次快篩結果為陽性，但 Zedkaia 不相信，因為他已經長達兩個月都在家裡辦公，隔天，Zedkaia 進行第二次快篩結果為陰性。最終拿到檢查報告得以出國。

試問 Zedkaia 沒有感染 COVID-19 的機率為 $\frac{\underline{40} \underline{41} \underline{42}}{\underline{43} \underline{44} \underline{45}}$ 。

(化為最簡分數)

		檢測者	
		感染病毒	非感染病毒
採檢結果	陽性	真陽性	偽陽性
	陰性	偽陰性	真陰性

*而在台灣有一個真實案例，案 530 在機場檢測出陽性反應，隔日再次採檢時為陰性反應，且後續採檢的上呼吸道檢體以及抗體都呈現陰性，為罕見的病程表現。後來調查釐清之後，發現其原本的檢體是為案 536 的檢體，因此判定檢體有錯置之情形。最後決定將案 530 從確診病例中移除。

< 試題結束，請記得檢查，並將答案塗在答案卡上，也記得隨時戴著口罩保護你我，希望疫情趕快結束，祝考試順利 >

參考答案 敬請指正

多選題

1. 3 4	2. 3	3. 2 4 5
-----------	---------	-------------

填充題

A. 25	B. 2000	C. 268	D. 6 ; 2 ; 2
E. 2	F. $\frac{\sqrt{17}}{3}$	G. $\pm\sqrt{5}$	H. 9
I. $\frac{22}{35}$	J. $\frac{13}{3}$	K. (3, -5, 4)	L. 7
M. (3, 4, 22)	N. 4	O. $\frac{176}{177}$	