

參考公式：

第 k 百分位數 P_k 的計算方法

先將 n 個數據由小到大排序為 x_1, x_2, \dots, x_n 。

(1) 當 $a = n \times \frac{k}{100}$ 為整數時，第 k 百分位數 $P_k = \frac{x_a + x_{a+1}}{2}$ 。

(2) 當 $a = n \times \frac{k}{100}$ 不為整數時，令 $b = (a \text{ 的整數部分}) + 1$ ，第 k 百分位數 $P_k = x_b$ 。

變異數與標準差

設 n 個數據 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均數為 μ 。

變異數 σ^2 ：所有離均差平方的平均，即 $\sigma^2 = \frac{1}{n} \left((x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2 \right)$ ，

標準差 σ ：變異數的正平方根，即 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \left((x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2 \right)} = \sqrt{\frac{1}{n} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - \mu^2}$ 。

相關係數的定義

設兩變量 x 與 y 的 n 筆數據為 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，且 x 與 y 的平均數分別為 μ_x, μ_y ，標準差分別為 σ_x, σ_y 。

定義兩變量 x 與 y 的相關係數為

$$r = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}。$$

令 $S_{xy} = (x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)$ ， $S_{xx} = (x_1 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2$ ， $S_{yy} = (y_1 - \mu_y)^2 + \dots + (y_n - \mu_y)^2$ ，

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}} \cdot \sqrt{S_{yy}}}。$$

迴歸直線的方程式

設兩變量 x 與 y 的 n 筆數據為 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，其相關係數為 r 。變量 y 對 x 的迴歸直線方程式為

$$y - \mu_y = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x) \text{ 或 } y - \mu_y = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} (x - \mu_x)。$$

一、 單選題(每題 6 分，共 30 分)

1. 下列各組數據，何者的標準差最大？

- (1) 5, 5, 5, 5, 5 (2) 1, 2, 3, 4, 5 (3) 6, 7, 8, 9, 10 (4) 2, 4, 6, 8, 10 (5) $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$

2. 設 $P(x, y)$ 在第二象限， O 為原點，若 \overline{OP} 與 x 軸正向的夾角為 θ 且 $\overline{OP} = 3$ ，則 P 點的 x 坐標與下列何者相等？

- (1) $\cos(180^\circ - \theta)$ (2) $3\cos(180^\circ - \theta)$ (3) $3\sin(180^\circ - \theta)$ (4) $\cos\theta$ (5) $3\cos\theta$

3. 市面上有 A、B、C 三種成長基金，過去 4 年的投資報酬率分別如下表：

| | 第一年 | 第二年 | 第三年 | 第四年 |
|------|-----|-----|------|-----|
| A 基金 | 4% | 5% | -10% | 12% |
| B 基金 | 5% | 4% | -8% | 12% |
| C 基金 | 3% | 5% | -8% | 4% |

試比較他們這四年的平均成長率大小。(請利用幾何平均的概念)

- (1) $A < B < C$ (2) $A < C < B$ (3) $B < A < C$ (4) $B < C < A$ (5) $C < A < B$

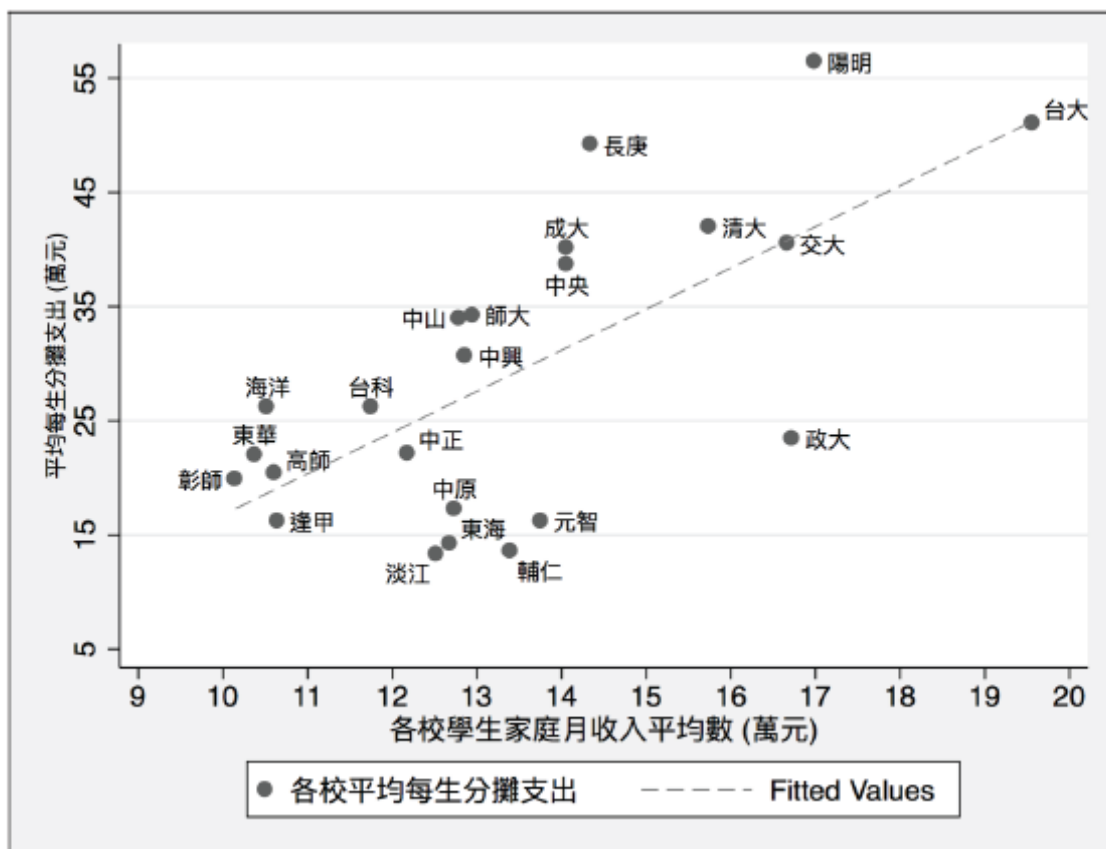
4. 已知 $40^\circ < \theta < 45^\circ$ ，且設 $a = 1 - \cos^2 \theta$ 、 $b = \frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta$ 、 $c = \frac{\tan \theta}{\tan^2 \theta + 1}$ 。關於 a, b, c 三個數值的大小，試選出正確的選項。

- (1) $a < b < c$ (2) $a < c < b$ (3) $b < a < c$ (4) $b < c < a$ (5) $c < a < b$

5. 設 $\cos(-130^\circ) = k$ 。將 $\tan 50^\circ$ 的值以 k 表示，試選出正確的選項。

- (1) $\frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}$ (2) $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ (3) $\frac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$ (4) $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$ (5) $\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$

6. 下圖是台大經濟系林明仁教授所做的各校學生家庭月收入平均數(x 單位:萬元)與該校平均每位學生分攤支出(y 單位:萬元)的 xy 散布圖，虛線代表 y 對 x 的迴歸直線。若 $\sigma_x = 3, \sigma_y = 15$ (單位:萬元)



下列哪一個選項最可能是 xy 散布圖的相關係數？

- (1) -0.4 (2) 0.2 (3) 0.5 (4) 0.7 (5) 0.9。

二、多重選題(每題 10 分，共 40 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

【7】所謂某個年齡範圍的失業率，是指該年齡範圍的失業人數與勞動力人數之比，以百分數表達（進行統計分析時，所有年齡以整數表示）。下表為去年某國三個年齡範圍的失業率。

| 年齡範圍 | 35~39歲 | 40~44歲 | 45~49歲 |
|------|---------|----------|---------|
| 失業率 | 9.80(%) | 13.17(%) | 7.08(%) |

請根據上表選出正確的選項。

- (1) 在上述三個年齡範圍中，以40~44 歲的失業率為最高
- (2) 40~44 歲勞動力人數多於 45~49 歲勞動力人數
- (3) 40~49 歲的失業率等於 $(\frac{13.17+7.08}{2})\%$
- (4) 如果 40~44 歲的失業率降低，則 45~49 歲的失業率會升高
- (5) 若經統計得35~44歲的失業率為12.66%，則35~39 歲勞動力人數少於 40~44 歲勞動力人數

【8】某班十位學生的數學與物理成績列表如下：

| 學生 | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 | 戊 | 己 | 庚 | 辛 | 壬 | 癸 | 平均 |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 數學(X) | 90 | 80 | 50 | 65 | 75 | 50 | 70 | 80 | 60 | 90 | 71 |
| 物理(Y) | 80 | 70 | 50 | 70 | 65 | 55 | 60 | 75 | 65 | 90 | 68 |

假設數學成績的標準差為 σ_x ，物理成績的標準差為 σ_y ，兩者的相關係數為 r ，物理對於數學的迴歸直線為 L 。試問下列哪些敘述是正確的？

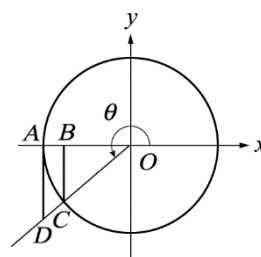
- (1) 若只將甲與乙的數學成績互換，則互換後新的數學成績的標準差亦為 σ_x
- (2) 若只將甲與乙的數學成績互換，則互換後新的數學與物理的相關係數亦為 r
- (3) 若將每位學生的數學與物理成績互換(即：甲數學變為 80，物理變為 90；乙數學變為 70，物理變為 80；...)，則互換後數學與物理的相關係數亦為 r
- (4) 若將每位學生的數學加 5 分，則加分後新的『物理對於數學的迴歸直線』亦為 L
- (5) 若將每位學生的數學加 5 分，則加分後新的『物理對於數學的迴歸直線斜率』與 L 斜率相同

【9】設數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n (n > 1)$ 的標準差為 σ ，下列關於標準差與標準化值(z 分數)的敘述，請選出正確的選項。

- (1) 對於 $i = 1, 2, \dots, n$ ，令 $u_i = x_i - 5$ ，可得 u_1, u_2, \dots, u_n ，標準差為 $\sigma - 5$
- (2) 對於 $i = 1, 2, \dots, n$ ，令 $v_i = 2x_i$ ，可得 v_1, v_2, \dots, v_n ，標準差為 2σ
- (3) 對於 $i = 1, 2, \dots, n$ ，令 $w_i = -7x_i + 3$ ，可得 w_1, w_2, \dots, w_n ，標準差為 -7σ
- (4) 將 X 標準化後，所得到的標準化值皆為正數
- (5) 將 X 標準化後得到數據 Z ， Z 的標準差為 1

【10】如右圖，單位圓交 x 軸負向於 A 點，有向角 $\theta (180^\circ < \theta < 270^\circ)$ 的終邊與單位圓交於 C 點且 $\overline{BC} \perp x$ 軸， $\overline{AD} \perp x$ 軸，則

- (1) $\overline{AD} = \tan \theta$ (2) $\overline{OB} = \cos \theta$ (3) $\overline{AD} \cdot \overline{OB} = \overline{BC}$
- (4) $\tan \theta = 2 \cdot (\Delta OAD \text{面積})$ (5) $\sin \theta = 2 \cdot (\Delta OAC \text{面積})$

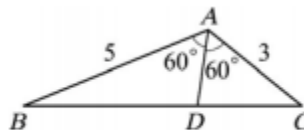


三、選填題 (每題 5 分, 共 30 分)

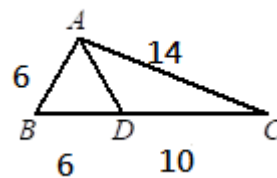
說明：1. 第 A 至 L 題, 將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (11-27)。

2. 每題完全答對給 4 分, 答錯不倒扣, 未完全答對不給分。

【A】如下圖所示, 已知 $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 3$, $\angle CAD = 60^\circ$, $\angle DAB = 60^\circ$, 則 \overline{AD} 的長度 = $\frac{\textcircled{11} \textcircled{12}}{\textcircled{13}}$ (化為最簡分數)。



【B】如右圖所示, 已知 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 14$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{CD} = 10$, 則 \overline{AD} 的長度 = $\textcircled{14}$ 。



【C】若 $A [4, 270^\circ]$ 、 $B [5, 120^\circ]$ 、 $C [6, 30^\circ]$ 是極坐標上三個點, 則 $\triangle ABC$ 的面積

= $\textcircled{15} \textcircled{16} + \textcircled{17} \sqrt{\textcircled{18}}$

【D】有一艘船從碼頭 O 出發, 往東北方前進 15 公里到 A 地後, 再往正西方前進至 B 地, 於 B 地停船測得碼頭在

南 60° 東。則 B 地與碼頭的距離為 $\textcircled{19} \textcircled{20} \sqrt{\textcircled{21}}$ 。

【E】某校 250 位學生, 每位各投籃 6 次, 他們的進球數如下表。

| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| 進球數 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 人數 | 13 | 29 | 42 | 66 | 38 | 35 | 27 |

則這 250 筆進球數數據的第 60 百分位數 $P_{60} = \textcircled{22} . \textcircled{23}$ 。

【F】銀行發行一萬枚紀念金幣, 假設這一萬枚紀念金幣均為厚度 0.2 公分的圓柱體, 如下圖。今測量這一萬枚紀念金幣的直徑長度 X , 得 X 的算術平均數為 2.5 公分, 標準差為 0.1 公分。已知紀念金幣的密度為 20(公克/立方公分), 則

這一萬枚紀念金幣重量的算術平均數為 $\textcircled{24} \textcircled{25} . \textcircled{26} \textcircled{27}$ 公克。(求近似值至小數點以下第二位, 第三位四捨五入, $\pi \approx 3.14$)



一、4, 5, 5, 2, 1, 4

二、(1)(5)

(1)(3)(5)

(2)(5)

(1)(3)(4)

三、

$\frac{15}{8}$

6

$20 + 6\sqrt{3}$

$15\sqrt{2}$

3.5

19.66