

(參考公式：若 $P(x_0, y_0)$ ，直線 $L: ax+by+c=0$ ，則點 P 到直線 L 之距離為 $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ 。)

第壹部分、選擇題

一、單選題 (占 24 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

() 1. 三直線之方程式分別為： $ax-4y=0$ ， $(a+1)x+3y=9$ ， $x-y=1$ ，其中 a 為實數。試問 a 為何值時，上述三直線會圍出一個直角三角形？

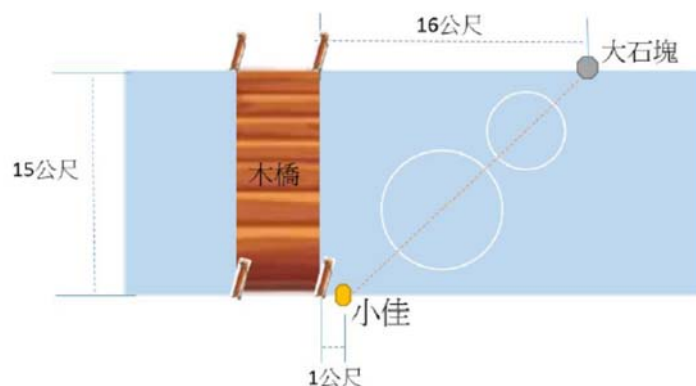
- (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) -3 (5) -4。

() 2. 點 $A(1,0)$ 在單位圓 $\Gamma: x^2+y^2=1$ 上。試問： Γ 上除了 A 點以外，還有幾個點到直線 $L: x-y=\frac{1}{2}$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個

() 3. 小佳在一條河寬 15 公尺的岸邊玩打水漂遊戲，他向河面擲出石頭，石頭沿著直線行進，並在水面形成一個個圓形的漣漪。有一個連接兩岸的木橋，如圖所示，若小佳站在木橋頭的木樁右方 1 公尺處，朝對岸方向擲出石頭。石頭彈跳兩下後剛好擊中對岸的一顆大石塊。若設立一個平面坐標系，小佳所在的河岸為 x 軸，小佳的位置為 $(1,0)$ ，大石塊的位置為 $(16,15)$ ，則下列哪一個方程式可為某一個漣漪？

- (1) $x^2+y^2-4x-6y+4=0$
 (2) $x^2+y^2-4x-6y+36=0$
 (3) $x^2+y^2-10x-12y+36=0$
 (4) $x^2+y^2-12x-10y+36=0$
 (5) $x^2+y^2-12x+10y+36=0$



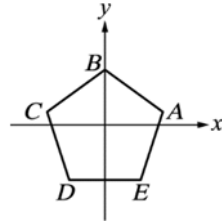
() 4. 設 Γ 為坐標平面上的圓，點 $(0,0)$ 在 Γ 的外部且點 $(2,6)$ 在 Γ 的內部。請選出正確的選項。

- (1) Γ 的圓心不可能在第二象限
 (2) Γ 的圓心可能在第二象限且此時 Γ 的半徑必定大於 2
 (3) Γ 的圓心可能在 x 軸上且此時圓心的 x 坐標必定小於 10
 (4) Γ 的圓心可能在第一象限且此時 Γ 的半徑必定小於 6
 (5) Γ 的圓心可能在第四象限且此時 Γ 的半徑必定小於 10

二、多選題 (占 24 分)

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 如下圖所示， $ABCDE$ 是坐標平面上一個正五邊形，其中 \overline{DE} 平行 x 軸，下列各直線中，斜率為正的有



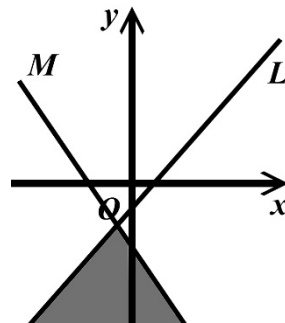
- (1)直線 AB (2)直線 BC (3)直線 CD (4)直線 DE (5)直線 EA 。

6. 已知 $x^2 + y^2 - ax + by + 14 = 0$ 與直線 $x - 2y = 3c$ 相切於 $(5, 1)$ ，則下列哪些是正確的？

- (1) $a = 6$ (2) $b = 10$ (3) $c = 1$ (4) 半徑 = 20 (5) 圓心為 $(3, 5)$

7. 聯立不等式 $\begin{cases} 3x - ay \leq b \\ cx + dy \geq e \end{cases}$ 的圖形如右，則下列哪些選項是正確的？：

- (1) $a > 0$
 (2) $b > 0$
 (3) $c > 0$
 (4) $d > 0$
 (5) $e > 0$



第貳部分、選填題 (占 42 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(8-23)。

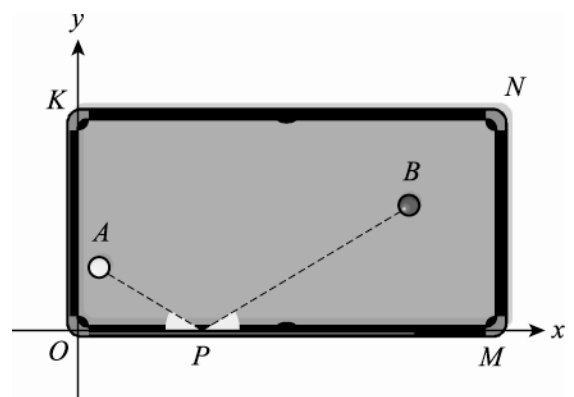
2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若直線 L 的斜率為 -2 ，且 y 截距為 -3 ，則直線 L 與坐標軸所圍成的三角形面積為 $\frac{\textcircled{8}}{\textcircled{9}}$ 。(答案化至最簡分數)

B. 撞球檯的檯面是一個長寬分別為 100 英吋和 50 英吋的矩形，將其放在坐標平面上，設 O 為原點， M, K 坐標分別為 $(100, 0)$ 與 $(0, 50)$ ，若不考慮球的體積，將球視為一點，白球所在的位置為點 $A(5, 15)$ ，黑球所在的位置為點

$B(80, 30)$ 。欲使球從 A 點擊出，碰上 OM 檯邊 P 點，再反射撞擊黑球(B 點)，則 P 點坐標為

($\textcircled{10}$ $\textcircled{11}$, $\textcircled{12}$) 。



C. 已知直線 L 的斜率為 m 且過點 $P(5, -2)$ 。若 $A(1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，且直線 L 與線段 \overline{AB} 相交，則實數 m 的最小值為 ⑬ ⑭。

D. 已知圓 $C: x^2 + y^2 = 25$ 以及一直線 $L: 4x - 3y = 100$ ，若 Q 點為圓 C 上與 L 有最短距離的點，則 Q 點坐標為 (⑮ , ⑯ ⑰)

E. 已知圓 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ ，通過圓外一點 $(2, 4)$ 對圓所做的切線有兩條，其中一條為鉛直線，則另一條切線的斜率為 $\frac{⑱}{⑲}$ 。(答案化至最簡分數)

F. 設 $A(1, 2)$ 是圓 C 上距離直線 $L: 3x - y + 1 = 0$ 最近的點，且圓 C 通過 $B(5, -2)$ ，則圓 C 的圓心坐標為 (⑳ , ㉑)。

G. 坐標平面上，圓 Γ 完全落在四個不等式： $x - y \leq 4$ 、 $x + y \leq 18$ 、 $x - y \geq -2$ 、 $x + y \geq -24$ 所圍成的區域內。則 Γ 最大可能面積為 $\frac{㉒}{㉓} \pi$ 。(答案化至最簡分數)

第叁部分：單選與非選擇混合題（占 10 分）

說明：第 H-1 題為單選題，有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」標示的列號 24。答對者得 4 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

第 H-2 題為非選擇題，答案必須寫在「答案卷」上，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。

H-1（占 4 分）

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x + 1$ ， $\deg g(x) = 3$ ，試問下列哪個選項一定不可能發生？

(1) $\deg(f(x) + g(x)) = 2$

(2) $\deg(f(x) - g(x)) = 2$

(3) $\deg(f(x) + g(x)) = 1$

(4) $\deg(f(x) - g(x)) = 1$

(5) $\deg(f(x) \cdot g(x)) = 3$

答：⑳。

班級：一年 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

H-2 (占 6 分)

說明：請依題意作答，並將計算過程用**黑色墨水筆(不得用鉛筆)**寫於下方空白處。如無計算過程則不計分。

設 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 3 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ ，其中 a, b, c, d 為常數

(1) 試求出 a, b, c, d 的值。

(2) 試求 $f(1-\sqrt{3})$ 的值。

(3) 以四捨五入法求 $f(0.99)$ 之近似值至小數點後第二位。(答案的小數點後只取兩位，第三位四捨五入)

解答

第壹部分、選擇題

一、單選題（占 24 分） 1.(2) 2.(3) 3.(4) 4.(2)

二、多選題（占 24 分） 5.(2)(5) 6.(1)(3)(5) 7.(3)(5)

第貳部分、選填題（占 42 分）

A. $\frac{9}{4}$ B. (30,0) C. -1 D. (4,-3)

E. $\frac{4}{3}$ F. (4,1) G. $\frac{9}{2}$

第參部分：單選與非選擇混合題（占 10 分）

H-1 (4分)

(5)

H-2 (6分)

(1) 1,-2,-4,2

(2) $-4+\sqrt{3}$

(3) 2.04