

一、單選題 (占 15 分)

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知  $P(1,1,1)$ ， $Q(6,0,0)$ ， $R(3,4,0)$ ，若  $\overline{PS} = \overline{QS} = \overline{RS}$ ，則在空間中所有點  $S$  所成集合為下列哪一選項？

- (1) 一個點                      (2) 兩個點                      (3) 一直線                      (4) 一圓                      (5) 一平面

2. 空間中， $A=(7,6,2)$ ， $B=(10,2,7)$ ，若  $\overline{AB}$  在  $yz$  平面， $xz$  平面， $xy$  平面的投影長度分別為  $a$ ， $b$ ， $c$ ，則下列何者正確？

- (1)  $a > b > c$                       (2)  $a > c > b$                       (3)  $b > a > c$                       (4)  $b > c > a$                       (5)  $c > a > b$

3. 設  $\vec{u} = (3, 4, -2)$ ， $|\vec{v}| = 7$ ，若  $\vec{u} \cdot \vec{v} = t$ ，則  $t$  的值不可能 是下列哪一個選項？

- (1)  $-14$                       (2)  $-\pi$                       (3)  $0$                       (4)  $35$                       (5)  $49$

二、多選題 (占 30 分)

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 7.5 分；答錯 1 個選項者，得 4.5 分；答錯 2 個選項者，得 1.5 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 空間中，下列哪些點與  $A(-3,5,8)$ ， $B(6,2,-4)$  兩點共線？

- (1)  $(3,3,0)$                       (2)  $(-9,7,-16)$                       (3)  $(0,4,4)$                       (4)  $(-6,-6,12)$                       (5)  $(9,1,-8)$

5. 有關空間坐標的敘述，試選出正確選項。

- (1) 空間中，過已知直線外一點，『恰有』一直線與此直線平行  
(2) 空間中，過已知直線外一點，『恰有』一平面與此直線平行  
(3) 空間中，兩相異直線  $L_1$ 、 $L_2$  與一平面  $E$ ，若  $L_1 \perp E$  且  $L_1 \perp L_2$ ，則  $L_2 \parallel E$   
(4) 空間中，兩相異直線  $L_1$ 、 $L_2$  與一平面  $E$ ，若  $L_1 \parallel E$  且  $L_1 \parallel L_2$ ，則  $L_2 \parallel E$   
(5) 若直線  $AB$  與直線  $CD$  為歪斜，則直線  $AC$  與直線  $BD$  亦為歪斜

6. 已知  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  為空間中兩個不平行的非零向量，試選出正確選項。

(1)  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$

(2)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

(3)  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \times \vec{a} = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \times \vec{b}$

(4)  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{a} = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{b}$

(5)  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \times \vec{a} = \vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{a})$

7.  $A-BCD$  正四面體(圖 7)， $P$  為內部一點， $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} = \overline{PD}$  且  $M$  為  $\overline{BD}$  中點，試選出正確選項。

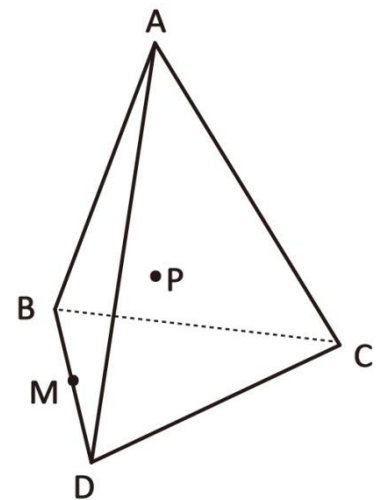
(1)  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$

(2)  $\overrightarrow{PM} \perp \overrightarrow{AC}$

(3)  $\cos \angle AMC < \cos \angle ADC$

(4)  $\cos \angle APC = \frac{-1}{3}$

(5)  $\overline{AP}$  恰好是  $A$  到  $\triangle BCD$  平面距離的  $\frac{2}{3}$



(圖 7)

### 三、選填題 (占 55 分)

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8-42)。

2. 第 A、B、C、D、E 題每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

3. 第 F、G、H 題每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

4. 第 I、J、K 題每題完全答對給 4 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 空間中一點  $P$ ，先將  $P$  沿著  $z$  軸之正向移動 3 單位得到  $Q$  點， $Q$  點再對  $yz$  平面作對稱點得  $R$  點，接著  $R$  點再對  $z$  軸作對稱點得  $S$  點，若  $S$  坐標為  $(6, 2, 5)$ ，則  $P = (\underline{6}, \underline{-2}, \underline{2})$ 。

B. 空間中，已知  $|\vec{p}| = 3$ ， $|\vec{q}| = 4$ ， $\vec{p} \cdot \vec{q} = 8$ ，則  $|\vec{p} \times \vec{q}| = \underline{4\sqrt{5}}$ 。

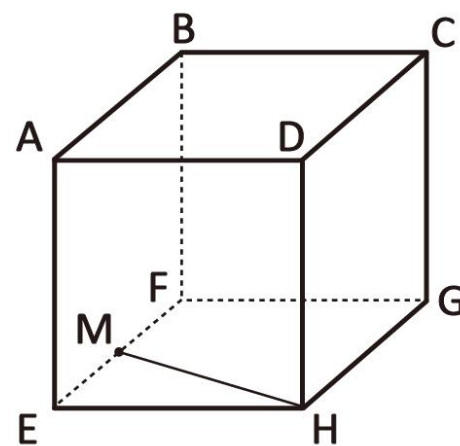
C. 若  $\vec{u} = (x, -1, 1)$ ， $\vec{v} = (2, y, 5)$ ， $\vec{w} = (1, -11, z)$  三向量兩兩兩互相垂直，則  $(x, y, z) = (\underline{-4}, \underline{-3}, \underline{-7})$ 。

D. 空間中三點  $A(2,1,0)$ ， $B(10,5,8)$ ， $C(8,0,-1)$ ，試求  $C$  在  $\overline{AB}$  直線上的投影點座標為  $(\underline{4}, \underline{2}, \underline{2})$ 。

E. 已知  $A(2,-3,4)$ ， $B(2,-2,3)$ ， $C(3,k,4)$ ，若  $\angle BAC=120^\circ$ ，則  $k=\underline{-4}$ 。

F. 右圖(圖 E)是一個邊長為 20 的正立方體(每一個面都是正方形)，設  $M$  為  $EF$  的中點，

則  $C$  到  $\overline{MH}$  的距離為  $\underline{12\sqrt{5}}$ 。

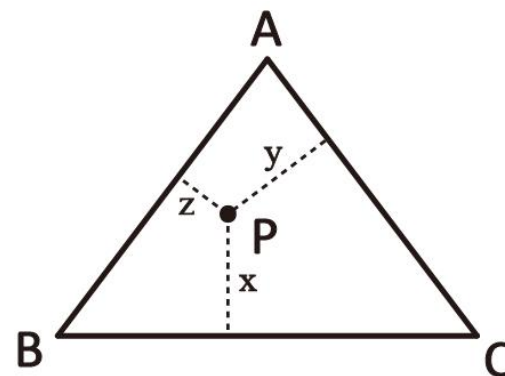


(圖 F)

G. 已知  $\triangle ABC$  (圖 G)， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{AC}=5$ ， $\overline{AB}=5$ ， $P$  為  $\triangle ABC$  內部之一動點，設  $P$  到三邊的最

短距離分別為  $x$ ， $y$ ， $z$ ，若  $9x^2 + y^2 + z^2$  有最小值時，則  $x = \underline{\frac{8}{27}}$ 。

(化成最簡分數，注意分子、分母的列號順序)

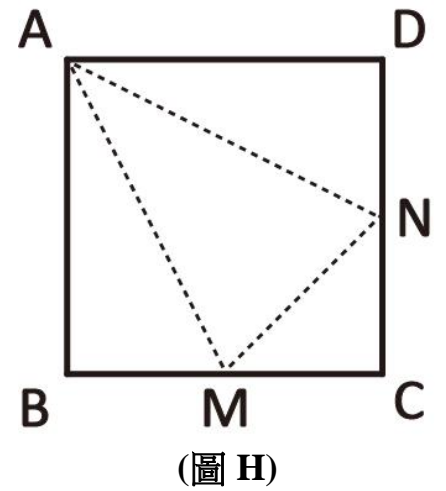


(圖 G)

H. 如右圖(圖 H)，正方形  $ABCD$  的邊長為 20， $M$ ， $N$  分別是  $\overline{BC}$ ， $\overline{CD}$  之中點，接著沿虛線  $\overline{AM}$ ， $\overline{MN}$ ， $\overline{NA}$  將  $\triangle ABM$ ， $\triangle CMN$ ， $\triangle DNA$  向上摺起，使  $B$ ， $C$ ， $D$  三點重

合為  $P$ ，則  $P$  點到  $\triangle AMN$  的距離為  $\frac{20}{3}$ 。

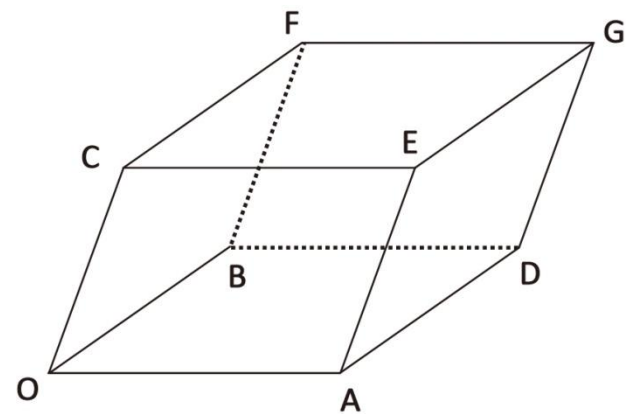
(化成最簡分數，注意分子、分母的列號順序)



I. 設空間向量  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ ，已知  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -1$ ，試求  $\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ ， $4\vec{a} + 2\vec{c}$ ， $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$  所張開之平行六面體體積為 **18**。

J. 已知一平行六面體如右圖(圖 J)，各面都是由平行四邊形所構成，其中

$O(1,1,1)$ ， $A(4,0,-1)$ ， $B(2,3,0)$ ， $C(3,4,3)$ ，則  $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{FA} = \mathbf{-21}$ 。



(圖 J)

K. 試求  $\begin{vmatrix} 107 & 107 & 107 \\ 2015 & 2016 & 2017 \\ 2018^2 & 2019^2 & 2020^2 \end{vmatrix} = \mathbf{214}$ 。