

一、 多選題（每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或以上選項得 0 分）

1. () 下列無窮級數的敘述何者正確？
- (1) $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n+1} + \dots = 0$
- (2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots < 1$
- (3) $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{50} + 2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-n} + \dots$ 為發散級數
- (4) $1 - 3 + 9 - 27 + \dots + (-3)^{n-1} + \dots = \frac{1}{1-(-3)}$
- (5) $1 - \frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \dots + \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1} + \dots = \frac{4}{7}$
2. () 令 $a_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$ 、 $b_n = \frac{2n^2-1}{n^2+2n+1}$ 、 $c_n = \frac{2^n+9^n}{7^n}$ ，下列數列何者收斂？
- (1) $\langle a_n \rangle$ (2) $\langle c_n \rangle$ (3) $\langle b_n + c_n \rangle$ (4) $\langle a_n b_n \rangle$ (5) $\langle (a_n)^2 \rangle$ 。
3. () 下列敘述何者正確？
- (1) $0.2\overline{62}$ 不是有理數 (2) $0.2\overline{62} = 0.\overline{26}$ (3) $0.\overline{26} < 0.2\overline{6}$
- (4) $0.\overline{26} < 0.26$ (5) $0.\overline{26} + 0.\overline{74} = 1$ 。
4. () 已知函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$ ，下列敘述何者正確？
- (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 3$ (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{2(x-1)} = 3$ (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x)}{x-1} - \frac{x-1}{x}\right) = 3$
- (4) $\lim_{x \rightarrow 1} (x \cdot f(x)) = 0$ (5) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ 。

二、 填充題（配分如下表）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	16	24	32	38	44	50	56	62	68

1. 求下列極限或級數（如果數列或級數發散，請寫不存在）：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+1}{-7n^2+8n+1} + (0.02)^n\right) =$ _____

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3^n}{6^n + 7^n} =$ _____

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{5^n}\right) =$ _____

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right) =$ _____。

2. 若函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & , x > 1 \\ 4 & , x = 1 \\ x^3 + x^2 + x + 1 & , x < 1 \end{cases}$ ，求下列極限（如果極限不存在，請寫不存在）：

(1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$ _____ (2) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ _____。

3. 無窮級數 $0.4 + 0.044 + 0.00444 + \dots =$ _____。

4. 已知 a, b 為實數，且滿足 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2+bn+3}{2n+11} = 7$ ，求數對 $(a, b) =$ _____。

5. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列滿足 $a_2 + a_4 + a_6 = 186$ ， $a_3 + a_7 = 110$ 。令 $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，則極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n^2} =$ _____。

6. 若 $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + k$ 恰有一實根介於 1,2 之間，求實數 k 的範圍 _____。

一、 多選題（每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或以上選項得 0 分）

1	2	3	4

二、 填充題（配分如下表）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	16	24	32	38	44	50	56	62	68

1(1)	1(2)	1(3)	1(4)
2(1)	2(2)	3	4
5	6		

一、 多選題（每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或以上選項得 0 分）

1	2	3	4
(5)	(1)(4)(5)	(2)(3)	(3)(4)

二、 填充題（配分如下表）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	16	24	32	38	44	50	56	62	68

1(1)	1(2)	1(3)	1(4)
$-\frac{2}{7}$	0	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{2}$
2(1)	2(2)	3	4
-1	不存在	$\frac{400}{891}$	(0,14)
5	6		
$-\frac{7}{2}$	$3 < k < 6$		