

答案卷

一、多選題：（每題 5 分。所有選項均答對者得 5 分；錯一個選項得 3 分；錯二個選項得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。共 20 分）

1	2	3	4
(A)(C)(E)	(A)(B)(E)	(B)(C)	(A)(C)(D)

二、填充題：（計分方式如下，共 80 分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	24	30	36	42	48	52	56	60	64	68	72	76	80

1	2	3	4
± 3	1	$2, -1 \pm \sqrt{2}i$	-1
5	4	7	8
4	(1, -2)	$\frac{4 - 2\sqrt{2}i}{3}$	$-5 + 2\sqrt{2}$
9	10	11	12
$3x + 2$	$-3 < x < 2$	$-\frac{1}{2} < x < 1$	-4
13	14	15	16
$\frac{3}{2} < a < 3$	(-3, 1)	-4	2

三、加分題：（每題 5 分，若總分超過 100 分，以 100 分計。）

1	2
100	(-2, -2)

一、多選題：（每題 5 分。所有選項均答對者得 5 分；錯一個選項得 3 分；錯二個選項得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。共 20 分）

- 設 $\deg f(x)$ 表示多項式 $f(x)$ 的次數，若 $\deg f(x) = \deg g(x) = 3$ ，請選出正確的選項？_____。
 - $\deg(f(x) + g(x)) \leq 3$
 - $\deg(f(x) - g(x)) = 2$
 - $\deg(f(x) \cdot g(x)) = 6$
 - $\deg f(x^4) = 7$
 - $\deg f(g(x)) = 9$
- 設多項式 $f(x) = (ax^3 + x^2 - x + 1)(x^2 - 2x + a)$ ，請選出正確的選項？_____。
 - 若 $f(x)$ 是四次多項式，則 $a = 0$
 - 若 $f(x)$ 的二次項係數為 0，則 $a = -3$
 - 若 $x + 1$ 是 $f(x)$ 的因式，則 $a = \sqrt{3}$
 - 方程式 $f(x) = 0$ 至少有一實根
 - 若 1 是方程式 $f(x) = 0$ 的一個根，則 $a = \pm 1$
- 設 $f(x)$ 是三次整係數多項式，已知 $1 - 2i$ 是方程式 $f(x) = 0$ 的一根，請選出正確的選項？_____。
 - $f(-1 - 2i) = 0$
 - $f(x)$ 的係數和一定是 4 的倍數
 - 若 $f(1) < 0$ 且 $f(4) > 0$ ，則多項式 $f(x)$ 的常數項小於 0
 - 方程式 $f(x) = x^3$ 必有實根
 - 若 1 也是方程式 $f(x) = 0$ 的根，則不等式 $f(x) > 0$ 的解為 $x > 1$
- 關於圖形通過 $A(1, 1)$ 、 $B(2, 3)$ 、 $C(3, 5)$ 三點的實係數多項式函數，下列敘述哪哪些是正確的選項？_____。
 - 不論以何種方法(如牛頓插值法，拉格朗日插值法，...)，所得通過 A 、 B 、 C 三點的最低次多項式函數均相同
 - 通過 A 、 B 、 C 三點的最低次多項式函數，次數必為 2
 - 假設以拉格朗日插值法所得通過 A 、 B 、 C 三點的最低次多項式函數為 $y = f(x)$ ，則 $f(0) = -1$
 - 通過 A 、 B 、 C 三點的三次多項式函數有無限多個
 - 若多項式函數 $y = g(x)$ 之圖形通過 A 、 B 、 C 三點，則方程式 $g(x) + 2 = 0$ 必有實根介於 0 和 1 之間

二、填充題：（計分方式如下，共 80 分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	24	30	36	42	48	52	56	60	64	68	72	76	80

- 試解方程式 $x^2 - 2 \cdot |x| - 3 = 0$ ，則 $x = \textcircled{1}$ 。(全對才給分)
- 設 a 、 b 、 c 、 d 為實數，若 $\frac{x^3 + 2x^2 + 3x - 4}{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{x+2}$ ，則 $a + b + c + d = \textcircled{2}$ 。

3. 試解方程式 $x^3 - x - 6 = 0$ ，則 $x =$ ③。(全對才給分)
4. 試解方程式 $\frac{4}{x+2} + \frac{6}{x-3} = \frac{5x^2 - 15}{x^2 - x - 6}$ ，則 $x =$ ④。(只有一解，全對才給分)
5. 不等式 $\frac{(x-3)^2(x+1)^3(x^2+x+1)}{(x-2)^3} \leq 0$ 的整數解共有 ⑤ 個。
6. 設 a, b 皆為實數，若 $\frac{5+5i}{a+bi} = -1+3i$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則數對 $(a, b) =$ ⑥。(全對才給分)
7. 若 $1 - \sqrt{2}i$ 是 x 的一元二次方程式 $x^2 - kx + 1 = 0$ 之一根，則 k 的值為 ⑦。
8. 已知方程式 $x^2 + 5x + 2 = 0$ 之二根為 α, β ，則 $(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 =$ ⑧。
9. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為 5，除以 $x^2 + x - 6$ 的餘式為 $2x - 1$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 + 2x - 3$ 的餘式為 ⑨。
10. 已知 $2 + i$ 為實係數方程式 $x^4 - 3x^3 + ax^2 + 29x + b = 0$ 的一根，則不等式 $x^4 - 3x^3 + ax^2 + 29x + b < 0$ 的解為 ⑩。
11. 設 a, b, c 為實數，若不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解為 $-1 < x < 2$ ，則不等式 $cx^2 + ax - b < 0$ 的解為 ⑪。
12. 已知 $f(x)$ 為一多項式，若 $f(x)$ 除以 $x^2 + ax + 2$ 的餘式為 $x + 1$ ， $(x - 2)f(x)$ 除以 $x^2 + ax + 2$ 的餘式為 $3x - 4$ ，則 a 之值為 ⑫。
13. 設實係數二次方程式 $ax^2 + (a - 1)x - 5 = 0$ 有一根在 1 與 2 之間，另一根在 -1 與 -2 之間，則實數 a 的範圍為 ⑬。
14. 設方程式 $x^2 + px + q = 0$ 之二根分別為 $x^2 + x - 1 = 0$ 之各根的平方，則數對 $(p, q) =$ ⑭。
15. 設整係數多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 10 = 0$ ，滿足 $f(3) > 0$ 。若方程式 $f(x) = 0$ 有一有理根，且 $f(x) = 0$ 的三根之中，其中兩根之和為 $3 + 2i$ ，試求 $a =$ ⑮。
16. 設 $f(x), g(x)$ 皆為實係數多項式，若兩多項式 $f(x) + g(x)$ 與 $f(x) \cdot g(x)$ 相等，且 $f(1) = 2$ ，則 $g(2) =$ ⑯。

三、加分題：(每題 5 分，若總分超過 100 分，以 100 分計。)

1. 設多項式 $f(x) = (2x^3 + 7x^2 + 6x + 2)^{10}$ ，則 $(2762)^{10}$ 除以 132 的餘數為 ①。(提示： $132 = 12 \times 11$)
2. 設整係數方程式 $x^4 - x^3 + ax^2 + bx + 4 = 0$ 有兩相異有理根及兩相異虛根，則數對 $(a, b) =$ ②。

答案卷

一、多選題：（每題 5 分。所有選項均答對者得 5 分；錯一個選項得 3 分；錯二個選項得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以 0 分計算。共 20 分）

1	2	3	4

二、填充題：（計分方式如下，共 80 分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	24	30	36	42	48	52	56	60	64	68	72	76	80

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

三、加分題：（每題 5 分，若總分超過 100 分，以 100 分計。）

1	2