|  |
| --- |
| **國立中興大學附屬高級中學103學年度第一學期高三數學科期末考題目卷** 命題教師:張雅超 **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_年\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_班 座號\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 題目卷共3張** |
|

**一、單選題(每題5分 共15分)**

（　　　）1.已知以下各選項資料的迴歸直線（最適合直線）皆相同且皆為負相關﹐請選出相關係數最大的選項﹒　(1)　(2)　(3)　(4)　(5)﹒

（　　　）2.下表為常用對數表log10*N*的一部分﹕

請問103.075最接近下列哪一個選項﹖　(1)101　(2)203　(3)1007　(4)1189　(5)2015

（　　　）3.根據統計資料﹐在*A*小鎮當某件訊息發布後﹐*t*小時之內聽到該訊息的人口是全鎮人口的100(1 − 2 − *kt*)%﹐其中*k*是某個大於0的常數﹒今有某訊息﹐假設在發布後3小時之內已經有80%的人口聽到該訊息﹒又設最快要*T*小時後﹐有99%的人口已聽到該訊息﹐則*T*最接近下列哪一個選項﹖　(1)5小時　(2)小時　(3)9小時　(4)小時　(5)13小時﹒

**二、多選題 (每題5分 共30分)**

（　　　）1.設*f*(*x*)為三次實係數多項式﹐且知複數1 + *i*為*f*(*x*) = 0之一解﹒試問下列哪些敘述是正確的﹖　(1)*f*(1 − *i*) = 0　(2)*f*(2 + *i*) = 0　(3)有實數*x*滿足*f*(*x*) = *x*　(4)沒有實數*x*滿足*f*(*x*3) = 0　(5)若*f*(0) > 0且*f*(2) < 0﹐則*f*(4) > 0﹒

（　　　）2.已知在一容器中有*A*﹐*B*兩種菌﹐且在任何時刻*A*﹐*B*兩種菌的個數乘積為定值1010﹒為了簡單起見﹐科學家用*PA* = log(*nA*)來記錄*A*菌個數的資料﹐其中*nA*為*A*菌的個數﹒試問下列哪些選項是正確的﹖　(1)1 ≤ *PA* ≤ 10　(2)當*PA* = 5時﹐*B*菌的個數與*A*菌的個數相同　(3)如果上週一測得*PA*值為4而上週五測得*PA*值為6﹐表示上週五*A*菌的個數是上週一*A*菌個數的100倍　(4)若今天的*PA*值比昨天增加1﹐則今天的*A*菌是昨天的10倍　(5)假設科學家將*B*菌的個數控制為2萬個﹐則此時5 < *PA* < 5.5﹒

（　　　）3.設*a*為大於1的實數﹐考慮函數*f*(*x*) = *ax*與*g*(*x*) = log*ax*﹐試問下列哪些選項是正確的﹖　(1)若*f*(3) = 6﹐則*g*(6) = 36　(2)　(3) *g*(38) − *g*(19)= *g*(2)　(4)若*P*﹐*Q*為*y* = *f* (*x*)的圖形上兩相異點﹐則直線*PQ*之斜率必為負數 (5)若直線*y* = 5*x*與*y* = *f*(*x*)的圖形有兩個交點﹐則直線與*y* = *g*(*x*)的圖形也有兩個交

（　　　）4.設*n*為正整數﹐符號代表矩陣自乘*n*次﹒令﹐請選出正確的選項﹒　(1)*a*2 = 1　(2)*a*1﹐*a*2﹐*a*3為等比數列　(3)*d*9=1024　(4)*b*10=1023　(5)*c*10=10﹒

（　　　）5.設坐標空間中三條直線*L*1﹐*L*2﹐*L*3的方程式分別為*L*1﹕﹔*L*2﹕﹔*L*3﹕﹒試問下列哪些選項是正確的﹖　(1)*L*1與*L*2相交　(2)*L*2與*L*3平行　(3)點*P*(0, − 3, − 4)與*Q*(0,0,0)的距離即為點*P*到*L*3的最短距離　(4)直線*L*﹕與直線*L*1﹐*L*2皆垂直　(5) *L*1與*L*3歪斜﹒

（　　　）6.學生練習計算三次多項式 *f*(*x*) 除以一次多項式*g*(*x*)的餘式﹒已知*f*(*x*)的三次項係數為3﹐一次項係數為2﹒甲生在計算時把*f*(*x*)的三次項係數錯看成2（其它係數沒看錯）﹐乙生在計算時把*f*(*x*)的一次項係數錯看成 − 2（其它係數沒看錯）﹒而甲生和乙生算出來的餘式剛好一樣﹒試問*g*(*x*)可能等於以下哪些一次式﹖(1)*x*　(2)*x* − 1　(3)*x* − 2　(4)*x* + 1　(5)*x* + 2﹒

**三、填充題 (每格6 分 共55分)**

1.如下圖所示﹐在△*ABC*中﹐∠*BAC*的平分線*AD*交對邊於*D*﹔已知﹐﹐且﹐則cos∠*BAD*之值為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹒（化成最簡分數）


2.已知坐標平面上圓*O*1﹕(*x* − 7)2 + (*y* +9)2 = 144與*O*2﹕(*x* + 2)2 + (*y* − 3)2 = 9相切﹐且此兩圓均與直線*L*﹕*x* = − 5相切﹒若*Γ* 為以*L*為準線的拋物線﹐且同時通過*O*1與*O*2的圓心﹐則*Γ* 的焦點坐標為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹒（化為最簡分數）

3.坐標空間中﹐在六個平面﹐﹐*y* = 3﹐*y* = − 1﹐*z* = − 1及*z* = − 4所圍成的長方體上隨機選取兩個相異頂點﹒若每個頂點被選取的機率相同﹐則選到兩個頂點的距離大於4之機率為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹒（化成最簡分數）

4.某公司為了響應節能減碳政策﹐決定在五年後將公司該年二氧化碳排放量降為目前排放量的50%﹒公司希望每年依固定的比率（當年和前一年排放量的比）逐年減少二氧化碳的排放量﹒若要達到這項目標﹐則該公司每年至少要比前一年減少\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_%的二氧化碳的排放量﹒（四捨五入計算到整數﹒log2=0.3010, log8.7=0.9398）

5.在邊長為14的正三角形*ABC*上各邊分別取一點*P*﹑*Q*﹑*R*﹐使得*APQR*形成一平行四邊形﹐如下圖所示，若平行四邊形*APQR*的面積為﹐則線段*PR*的長度為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹒


6.某人隔河測一山高﹐在*A*點觀測山時﹐山的方位為東偏北60°﹐山頂的仰角為45°﹐某人自*A*點向東行600公尺到達*B*點﹐山的方位變成在西偏北75°﹐則山有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_公尺﹒( $sin75°=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} $ )

7.設實數*x*滿足log*x*4 − log2*x* = 1﹐則*x* = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹒（有2解）

8.坐標平面上給定點*A*(1,2)﹐直線*L*﹕*y* = − 5與拋物線*Γ*：*x*2 = 8*y*﹐以*d*(*P*,*L*)表示點*P*到直線*L*的距離﹒若點*P*在*Γ* 上變動﹐則之最大值為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹒（化成最簡分數）

9.有一個兩列三行的表格如圖﹒在六個空格中分別填入數字1﹐2﹐3﹐4﹐5﹐6（不得重複）﹐則1﹐2這兩個數字在不同行且不同列的方法有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_種﹒


10.坐標平面上給定兩點*A*(1,0)與*B*(0,1)﹐又考慮另外三點*P*(*π*,2)﹐$Q(-\sqrt{2},7)$與*R*(2,log4128)﹒

令△*PAB*的面積為*p*﹐△*QAB*的面積為*q*, △*RAB*的面積為*r*﹐比較*p* ,*q* , *r* 大小\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹒

11. .設*f* (*x*) = *x*4 − 5*x*3 + *x*2 + *ax* + *b*為實係數多項式﹐且知*f* (*i*) = 0（其中*i*2 = − 1）﹒試求*f* (*x*) = 0的根\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_﹒(有4解)

|  |
| --- |
| **國立中興大學附屬高級中學103學年度第一學期高三數學科期末考** 命題教師:張雅超**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_年\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_班 座號\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** |
|

1. **單選題(每題5分 共15分)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | 4 | 3 |

1. **多選題(每題5分 共30分，錯1個選項得3分，錯2個選項得1分，錯3個選項以上得0分)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **13** | **234** | **235** | **124** | **124** | **135** |

1. **填充題 (共55分,每格6分,答對10格以上得55分)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| $$\frac{3}{4}$$ | $$(-\frac{1}{5},\frac{3}{5})$$ | $$\frac{3}{7}$$ | 13 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| $$2\sqrt{19}$$ | $$300(\sqrt{3}+1)$$ | $$2 or \frac{1}{4}$$ | 4 |
| 9 | 10 | 11 |  |
| 288 | $$q>r>p$$ | $$\pm i , 0 , 5 $$ |  |