

一、多選題：10% (每題 5 分, 共 2 題) (每題中至少有一個選項是正確的, 錯一個給 3 分, 錯二個給 1 分, 錯三個以上不給分)

1. 設 A 與 B 皆為 2 階方陣, I 是 2 階單位方陣, 試問下列各敘述何者為真?

- (A) $(A+I)^2 = A^2 + 2A + I$ 恆成立
- (B) $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ 恆成立
- (C) $(AB)^2 = A^2B^2$ 恆成立
- (D) 若 $A^2 = A$, 則 $A=O$ 或 $A=I$
- (E) 若 $AB=O$, 則 $BA=O$
- (F) 若 $AB=I$, 則 $BA=I$

2. 設 a 為實數, 關於方程組 $\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+az=1 \end{cases}$ 的解, 下列選項哪些是正確的?

- (A) 當 $a=2$ 時, 無解
- (B) 當 $a=\frac{1}{2}$ 時, 恰有一組解
- (C) 當 $a=-2$ 時, 恰有一組解
- (D) 當 $a=1$ 時, 有無限多組解
- (E) 當 $a=-4$ 時, 有無限多組解

二、填充題：78% (每格 6 分, 共 13 格)

1. 設 X, Y 為矩陣, 且滿足 $X+2Y = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $2X+3Y = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 6 & 7 & 9 \end{bmatrix}$, 則 $Y =$ _____

2. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$, 則 A 的反矩陣 $A^{-1} =$ _____

3. 設甲箱內有 2 個白球, 乙箱內有 3 個白球 1 個紅球, 每次各自由箱內隨機取一球交換,

- (1) 求交換二次後, 甲箱內有 1 個紅球的機率為 _____
- (2) 求在長期交換後, 甲箱內有 1 個紅球的機率為 _____

4. 設函數 $f(x) = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x^2 - x + 1}$, $x \in \mathbb{R}$, 則 $f(x)$ 之最大值為_____

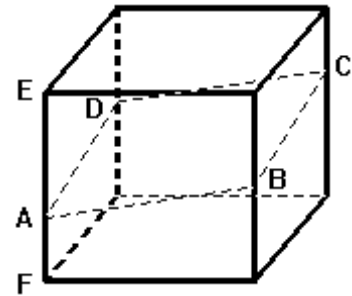
5. 不等式 $x - \log_{\frac{1}{2}}(2^x - 14) \geq 5$ 的解為_____

6. 一線性規劃問題之可行解區域如下：
$$\begin{cases} x + 2y \leq 6 \\ x - y \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$
,

(1) $x + 3y$ 之最大值為_____

(2) 若目標函數 $y - ax$ 在點 $(2, 0)$ 有最小值, 則 a 之範圍為_____

7. 右圖為邊長 1 公分的正立方體, 被一平面截出一四邊形 $ABCD$, 其中 B, D 分別為稜的中點, 且 $\overline{EA} : \overline{AF} = 2 : 1$, 則四邊形 $ABCD$ 的面積為_____



8. 在空間坐標系中, 若直線 $L: \frac{x+4}{-1} = \frac{y+9}{3} = \frac{z}{2}$ 在平面 $E: ax + y - z + b = 0$ 上, 則數對 $(a, b) =$ _____

9. 二平行直線 $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+6}{4}$ 與 $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ 的距離為_____

10. 設 $f(x) = \begin{vmatrix} 3 & 2 & x-1 \\ x+4 & 0 & 1 \\ -1 & x-2 & 1 \end{vmatrix}$, 則 $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為_____

11. 一平面通過 $A(4, 2, 3), B(2, 2, 1)$ 兩點, 且與球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 相切, 則切點座標為_____ (兩解)

三、計算題：12%

1. 空間中一正四面體之 4 頂點在兩歪斜線 $L_1: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$, $L_2: \frac{x+6}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+5}{1}$ 上,

(1) 求兩歪斜線的距離 (6%)

(2) 求此正四面體之邊長 (6%)

一、多選題：10% (每題 5 分, 共 2 題) (每題中至少有一個選項是正確的, 錯一個給 3 分, 錯二個給 1 分, 錯三個以上不給分)

1.	2.
(A)(F)	(B)(D)

二、填充題：78% (每格 6 分, 共 13 格)

1.	2.	3.(1)	3.(2)
$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -9 & 2 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{3}$
4.	5.	6.(1)	6.(2)
$\frac{10}{3}$	$x \geq 4$	9	$0 \leq a \leq 1$
7.	8.	9.	10.
$\frac{\sqrt{38}}{6}$	(1,13)	$\sqrt{78}$	-5
11.			
$(-\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3})$ 或 (1,1,-1)			

三、計算題：12%

1. (1) $\sqrt{42}$
 (2) $\sqrt{84}$