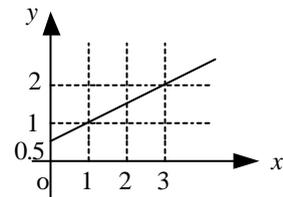


87 年聯考 (自然組)

第一部份：選擇題

單一選擇題

1. 假設平均每人每日產生的垃圾量，相當於長、寬、高各為 20 公分的正立方體。假設我們的人口以二千一百萬計，而暫時把一日的總垃圾全堆積在一操場上，成為長 100 公尺寬 20 公尺的長方體垃圾山。若一層樓之高以 3 公尺計，則此垃圾山約有多少層樓高？
(A)不到 8 層樓高
(B)8 層樓至 16 層樓之間
(C)16 層樓至 24 層樓之間
(D)24 層樓至 32 層樓之間
(E)超過 32 層樓高
2. 曲線 $y = \sin x$ 在 $0 < x < 2$ 的範圍內(注意： $x = 0$ 處已除外)，有幾條切線全通過原點？
(A)0 (B)1 (C)2 (D)3 (E)4
3. 有兩變數 x, y ，各取對數，得到兩個新的變數 $X = \log_{10}x, Y = \log_{10}y$ 。如果 X, Y 的關係如圖之斜線所示，則 x, y 的關係若以圖表示，應為下列那一種圖形的一部分？
(A)直線
(B)拋物線
(C)雙曲線
(D)對數函數之圖形
(E)指數函數之圖形



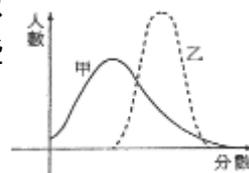
4. 設 $\triangle ABC$ 之 $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AC} = b, \overline{AB} = c$ 。今在 \overline{BC} 上取一點 D ，使得

$$\overline{BD} = \frac{1}{3}\overline{BC}。令 $s = \overline{DA}$ ，則 s^2 等於$$

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| (A) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 + 4bc)$ | (B) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 + 2bc)$ |
| (C) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 - 2bc)$ | (D) $\frac{1}{9}(4b^2 + c^2 + 2bc)$ |
| (E) $\frac{1}{9}(4b^2 + c^2 - 2bc)$ | |

多重選擇題：

5. 某年聯考甲、乙兩科成績的直方圖如圖所示(由於考生人數眾多，成績分布的直方圖可視為平滑的曲線)，則下列那些敘述是正確的？



- (A)甲的算術平均數比乙的算術平均數大
 (B)甲的中位數比乙的中位數大
 (C)甲的全距比乙的全距大
 (D)甲的標準差比乙的標準差大
 (E)甲的變異係數比乙的變異係數大

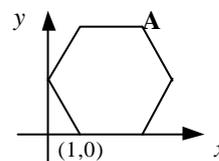
6. 設 $(\sqrt{2}, 2, 0), (-\sqrt{2}, 2, 0), (-\sqrt{2}, -2, 0), (\sqrt{2}, -2, 0)$ 為一正方體的四個頂點，則下列的那些點也是此正方體的頂點？

- (A) $(\sqrt{2}, 0, 2)$ (B) $(0, 2, \sqrt{2})$ (C) $(\sqrt{2}, 2, 4)$ (D) $(\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2})$
 (E) $(-\sqrt{2}, 0, -2)$

第二部分：非選擇題

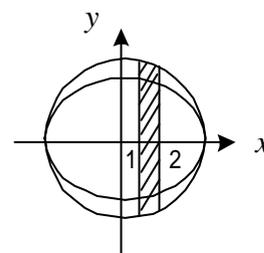
一、填充題：

1. 設一線性規劃的可行解區域為如圖所示之正六邊形內部(含邊界)，而目標函數為 $y - ax$ 。若已知A點為此目標函數取得最大值之唯一的點，則 a 值的範圍要有限制。若以不等式表示，則 a 之範圍為(1)。



2. 空間中四平面 $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$ 圍成一四面體，則此四面體之內切圓球的半徑為(2)。
3. 甲、乙兩人各擲一均勻骰子，約定如下：乙得6點時乙就贏；兩人同點時(非6點)，甲贏；其餘情形，則以點數多者為贏。則甲贏的機率為(3)。

4. 如圖，圓 $x^2 + y^2 = 16$ 內含一橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 。設圓內部在兩直線 $x = 1, x = 2$ 之間的面積為 C ，而橢圓內部在此兩直線之間的面積為 E ，則 C/E 等於(4)。



5. 用 $f(x) = \sqrt[3]{x}$ 在 $x = 8$ 附近的二次近似(二次泰勒多項

式)來求 $\sqrt[3]{7}$ 的近似值，則此近似值以分數表示時為(5)。

6. 設 a, b, c 為正整數, 而 b, c 的最大公因數為 2, 且 $(13x+a)^2 = (12x+b)^2 + (5x+c)^2$ 對任意實數 x 恆成立。求 a, b, c 之值。
7. 設 $a > 0, O(0,0)$ 為原點。在拋物線 $ay = a^2 - x^2$ 上取一點 $P(s, t), s > 0$ 。過 P 點作拋物線之切線, 交 x 軸、 y 軸於 $Q、R$ 兩點。當 P 點變動時, OQR 面積的最小值為何?

解答：

第一部份：選擇題

單一選擇題

1.(D) 2.(B) 3.(B) 4.(B)

多重選擇題：

5.(C)(D)(E) 6.(A)(E)

第二部分：非選擇題

一、填充題：

(1) $-\sqrt{3} < a < 0$

(2) $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$

(3) $\frac{5}{9}$

(4) $\frac{4}{3}$

(5) $\frac{551}{288}$

6. $a = 26, b = 24, c = 10$

7. $\frac{4\sqrt{3}a^2}{9}$