

# 85 年聯考 (社會組)

## 第一部分:選擇題

1, 2 為單一選擇, 3, 4 為多重選擇

1. 研究十位學生某次段考甲乙兩學科測試成績相關性, 設其相關係數為  $r$

$r=1$  表示完全相關,  $r=-1$  表示完全負相關

$0.7 \leq |r| \leq 1$  表高度相關  $0.3 \leq |r| < 0.7$  表中度相關

$0 < |r| < 0.3$  表低度相關  $r=0$  表零相關

學生代號	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	總計
甲科成績	3	4	8	9	5	6	7	7	6	5	60
乙科成績	9	8	5	6	7	6	5	7	8	9	70

則此次甲乙兩學科測試成績相關程度為

- (A) 高度相關 (B) 中度相關 (C) 低度相關  
(D) 完全正相關 (E) 完全負相關
2. 由 1, 2, 3, 4, 5, 6 六個數字組成 (數字可重複) 的四位數中含有奇數個 1 的共有
- (A) 260 個 (B) 368 個 (C) 486 個 (D) 520 個 (E) 648 個
3. 設  $a$  為不等於零的實數。關於方程組

$$\begin{cases} ax + y + \frac{z}{a} = 1 \\ x + ay + z = -1 \\ \frac{x}{a} + y + az = 1 \end{cases}$$

的解, 下列選項那些是正確的?

- (A) 當  $a=3$  時, 無解  
(B) 當  $a=1$  時, 恰有一解  
(C) 當  $a=1/2$  時, 恰有一組解  
(D) 當  $a=-1$  時, 有無限多組解  
(E) 當  $a=-4$  時, 有無限多組解
4. 設  $A(-1, 2)$  與  $B(2, 3)$  為坐標平面上兩定點, 試問下列敘述那些是正確的

(A) 線段  $\overline{AB}$  之中垂線方程式為  $3x + y = 4$

(B) 直線  $3x + y = 0$  上, 恰有一點  $P$ , 使得線段

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

(C) 拋物線  $x = y^2$  的圖形上，恰有一點  $P$ ，使得線段  $\overline{PA} = \overline{PB}$

(D) 函數  $y = x^3$  的圖形上，恰有一點  $P$ ，使得線段  $\overline{PA} = \overline{PB}$

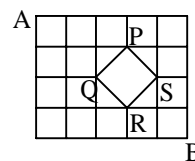
(E) 函數  $y = \log_2 x$  的圖形上，恰有一點  $P$ ，使得線段  $\overline{PA} = \overline{PB}$

## 第二部分：非選擇題

### E. 填充題

1. 已知編號 1, 2, ..., 10 的十盞路燈中，有三盞是故障的，則編號 4 號和 5 號都是故障的機率為 (A)。
2. 拋物線  $y^2 = 16x$  上與直線  $4x - 3y + 24 = 0$  距離最短之點坐標為 (B)。
3. 設平面  $x + y + z = 1$  與球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  相交部份為圓  $S$ 。已知平面  $2x + 2y + z = 1$  與圓  $S$  交於  $PQ$  兩點，則線段  $PQ$  之長為 (C)。
4. 設  $p = (a^2 - 22a + 121)(a^2 - 2a + 137)$ ，其中  $a$  為正整數。若  $p$  是質數，則  $p =$  (D)。

5. 右圖所示為一含有斜線的棋盤形街道圖。今某人預從 A 取捷徑走到 B，共有 (E) 種走法。



6. 在坐標平面上，到直線  $x = -1$  之距離是到點  $F(1,0)$  之距離的兩倍的所有點所形成的圖形是一橢圓，其中  $F(1,0)$  為此一橢圓的一焦點，則另一焦點座標為 (F)。
7.  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle ABC$  的角平分線交  $\overline{CA}$  於  $D$ ，已知線段  $AB = 6$ ，線段  $\overline{BD} = 2\sqrt{3}$ ，則  $\triangle ABD$  的面積為 (G)， $\overline{CA}$  的長度為 (H)， $\triangle ABC$  的面積為 (I)。

F. 設  $f(x)$  與  $g(x)$  為實數係數多項式，以  $x^2 - 3x + 2$  除  $f(x)$  得餘式  $3x - 4$ ，以  $x - 1$  除  $g(x)$  得餘式  $5$ ，且  $g(2) = -3$

(1) 試求以  $x - 1$  除  $f(x) + g(x)$  的餘式。

(2) 試證  $f(x)g(x) = 0$  在  $1$  與  $2$  之間有實根。

G. 考慮空間中兩歪斜直線  $L_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$  與

$L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$ ，及一點  $A(a, a, a)$ 。令  $E_1$  為過點  $A$

且包含直  $L_1$  的平面， $E_2$  為過點  $A$  且包含直  $L_2$  的平面

(1) 設  $a = 1$ ，則  $E_1$  的方程式為何？

(2) 試問  $a$  為何值時，平面  $E_1$  與  $E_2$  互相垂直？

解答

第一部分：一、單一選擇題

1. (A) 2. (D) 3. (C)(D) 4. (A)(D)(E)

第二部分：非選擇題

一、填充題

(A)  $\frac{1}{15}$

(B)  $(\frac{9}{4}, 6)$

(C)  $2\sqrt{3}$

(D) 257

(E) 30

(F)  $(\frac{7}{3}, 0)$

(G)  $3\sqrt{3}$

(H)  $3\sqrt{3}$

(I)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

二、

1. 4

2. 因  $g(1) = 5 > 0, g(2) = -3 < 0$

→  $g(x) = 0$  在 1, 2 之間必有實根

令  $\alpha$  屬於 (1, 2) 為  $g(x) = 0$  之實根,  $G(x) = f(x)g(x)$

則  $G(\alpha) = f(\alpha)g(\alpha) = 0 \rightarrow \alpha$  為  $G(x) = 0$  之實根

證得方程式  $f(x)g(x) = 0$  在 1 與 2 之間有實根

三、

1.  $y - 2z + 1 = 0$

2.  $a = \frac{(1 \pm \sqrt{17})}{4}$