84 年聯考試題（自然組）

第一部分:單一選擇題

- (1~2) 九位學生的數學抽考分數分別為：
30, 40, 60, 50, 70, 80, 60, 90, 60

  1. 這九個分數的中位數為何？

     (A) 40　(B) 50　(C) 60　(D) 70　(E) 80

  2. 這九個分數的標準差為何？

     (A) $\frac{10\sqrt{34}}{9}$　(B) $\frac{10\sqrt{34}}{3}$　(C) $\frac{20\sqrt{7}}{9}$　(D) $\frac{20\sqrt{7}}{3}$　(E) $\frac{2800}{9}$

- 現在使用簡單的抽樣法, 從這九個分數中取三個：

  3. 所取出的三個分數中至少有一個為 60 分的取法有幾種？

     (A) 18　(B) 21　(C) 35
     (D) 40　(E) 64

  4. 所取出的三個分數中中位數等於 60 分的取法有幾種？

     (A) 18　(B) 27
     (C) 43　(D) 46
     (E) 55

  5. 若已知所取出的三個分數中有一個為 70 分, 則在此條件下, 此三個分數的中位數為 60 分的機率為何？

     (A) 3/14　(B) 3/7　(C) 1/6　(D) 1/3　(E) 15/56

- (6~10) 考慮一次方程組 $M_t\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$, 其中

  $M_t=\begin{bmatrix}1&1\\3-t&t+1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\t+3&3t+1\end{bmatrix}$, t 為實數

  6. 此方程組恆有解的充分且必要的條件為何？

     (A) $t\neq 5$　(B) $t\neq 1$　(C) $t\notin\{1,5\}$　(D) $t\notin\{1,-3,5\}$　(E) $t\notin\{-3,1\}$

  7. 當 t 滿足第 6 題的正確條件時,下列何者成立

     (A) 對於任何一對 a,b, 此方程組恰有一組解

(B) 對於任何一對 a,b, 此方程組有無限多組解

(C) 僅有一對 a,b, 此方程組恰有一組解

(D) 僅有一對 a,b, 此方程組有無限多組解

(E) 有不止一對 (但非所有的) a,b, 此方程組有無限多組解

- 若 $t=0, a=0, b=-1$, 則

8. $\det(M_0^{-1})=$

(A) 1/3 (B) -1/5 (C) 1/15 (D) 1 (E) 0

9. $x=$

(A) 1/3 (B) -1/5 (C) 1/15 (D) 1 (E) 0

10. $y=$

(A) 1/3 (B) -1/5 (C) 1/15 (D) 1 (E) 0

第二部分：非選擇題

E. 填充題

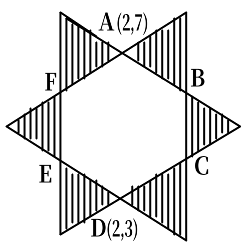
1. 設一圓與直線 $2x-5y-6=0$ 及 $2x-5y+10=0$ 都相切, 且圓心在直線 $x-2y+2=0$ 上, 則此圓的方程式為 __(A)__

2. △ABC 的三頂點坐標為 A(2,–3,5), B(3,0,10), C(x,y,0), 則使 △ABC 的周長為最小的點坐標為 __(B)__

3. 若 △ABC 中, $\overline{AB}=2, \overline{CA}=1+\sqrt{3}, \angle A=30°$, 則 $\overline{BC}$ 的長度為 __(C)__, ∠C 的大小為 __(D)__ 度

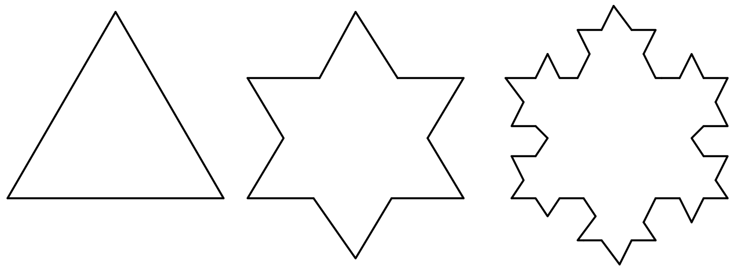
4. 曲線 $y=x^4-2x^3-x^2+2x$ 與 x 軸的交點中, 最左端的點坐標為 __(E)__ , 此曲線與 x 軸所圍成區域面積為 __(F)__。(化為最簡分數)

5. 下圖中 $abcdef$ 為正六邊形,將各邊延長成一個六角星形。令正六邊形所圍成的區域為 R_1, 斜線區域為 R_2, 設 $f(x,y)=5x-4y$, 則 $f(x,y)$ 在 R_1 上之最大值為 __(G)__; f 在 R_2 上之最小值為 __(H)__



6. 設 $\frac{1}{p}+\frac{1}{3q}=12$, 其中 p,q 為正數, 則 $3\log_{\frac{1}{3}}p+\log_{\frac{1}{2}}q$ 的最大值為 __(I)__, 此時 (p,q)=__(J)__

F. 設 $T_1, T_2, T_3\ldots$ 為一群多邊形,其做法如下 : T_1 為邊長等於 1 之正三角形, 以 T_n 每一邊的三分之一的線段為一邊向外作正三角形, 然後將三分之一線段抹去所得的多邊形為 T_{n+1}, n=1,2... (如圖所示)。 令 a_n 表 T_n 的周長,請計算 T_3 之面積及 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_{n-1}}$ 之和



G. 試就實數 k 之值的變化, 討論二元二次方程式 $x^2+y^2+2x+2y+k(x^2-y^2+2x+2y)=0$ 的圖形

H. 考慮函數 $f(x)=\cos 2x+4\sin^2 x-\cos x-2$

(1) 解方程式 $f(x)=0$

(2) 在 $0\leqq x\leqq 2\pi$ 的條件下,解不等式 $f(x)>0$

參考答案：

第一部份：

單一選擇題:

1.(C) 2.(D) 3.(E) 4.(D) 5.(B) 6.(D) 7.(A) 8.(C) 9.(C) 10.(B)

第二部份：非選擇題

一、填充題

1.$x^2+y^2+12x+4y+\frac{1096}{29}=0$

2.$C(\frac{7}{3},-2,0)$

3.(1)$BC=a=2^{\frac{1}{2}}$ (2)45**度**

4.(1)(-1,0) (2)49/30

5.(1)$5*3^{1/2}-6$ (2)$-22-5*3^{1/2}$

6.(1)8 (2)(p,q)=(1/9,1/9)

二、(1)$A_3=(10/27)*3^{1/2}$ (2)4/3

三(1) k = 0 **時**=>**表一圓**

(2)$-1<k<-1$，k>1 **時，表一雙曲線**

(4) k = −1 **時，表一直線** $y=0$

(5) k = 1 **時，表一拋物線**

四(1)$x=(2n+1)\pi \ or \ 2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ (2)$\frac{\pi}{3}<x<\pi \quad or \quad \pi<x<\frac{5\pi}{3}$