107 學年度指定科目考試

數學乙考科選擇（填）題答案

題號		答案
1		4
2		2
3		2
4		2,5
5		1,4
6		1,4
7		3,5
A	8	1
	9	3
	10	2
	11	0
B	12	9
	13	0
C	14	7
	15	5
	16	0

107 學年度指定科目考試
數學乙考科非選擇題參考答案

數學乙的題型有選擇、選填與非選擇題。非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理過程，答題時應將推理或解題過程說明清楚，且得到正確答案，方可得到滿分。如果計算錯誤，則酌給部分分數。如果只有答案對，但觀念錯誤，或過程不合理，則無法得到分數。

數學科非選擇題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。關於較詳細的考生解題錯誤概念或解法，請參見本中心將於 8 月 15 日出刊的《選才電子報》。

107 學年度指定科目考試數學乙考科非選擇題各大題的參考答案說明如下：

第一題

第(1)小題

由於 $y=f(x)$ 滿足 $f(3)=f(-7)$，故其圖形的對稱軸為 $x=\dfrac{3+(-7)}{2}=-2$，即 $x+2=0$

第(2)小題

解法一

由第(1)小題可知 $k=-2$。

$y=f(x)$ 的圖形與 x 軸交於相異兩點，相當於方程式 $f(x)=0$ 有兩相異實根。

解 $a(x+2)^2+b=0$，得 $(x+2)^2=\dfrac{-b}{a}$，因為 $f(x)=0$ 有兩相異實根，得 $\dfrac{-b}{a}>0$，

故 $ab<0$

解法二

由第(1)小題可知 $k=-2$。

由 $a(x+2)^2+b=0$，乘開得 $ax^2+4ax+(4a+b)=0$。

因 $f(x)=0$ 有兩相異實根，所以判別式 $16a^2-4a(4a+b)>0$，化簡可得 $ab<0$。

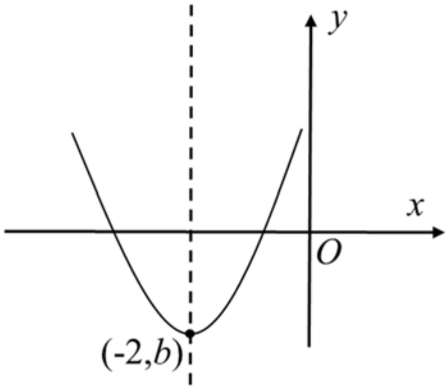
$\boxed{\text{解法三}}$

由第(1)小題可知 $k=-2$。

(i)當 $a>0$ 時，即圖形開口向上，此時頂點坐標為 $(-2,b)$

因 $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸交於相異兩點，得頂點 y 坐標 $b<0$

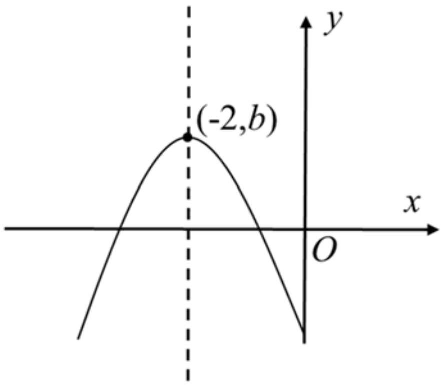
如下圖。



(ii)當 $a<0$ 時，即圖形開口向下，此時頂點坐標為 $(-2,b)$

因 $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸交於相異兩點，得頂點 y 坐標 $b>0$

如下圖。



由(i) $a>0,b<0$，與(ii) $a<0,b>0$，合併可得 $ab<0$

第 3 小題

$\boxed{\text{解法一}}$

由(1)(2)可知，$f(x)=a(x+2)^2+b$，

因 $f(x)=0$ 的兩相異根為 $x=-2\pm\sqrt{\dfrac{-b}{a}}$，故兩根之積等於 $4-(\dfrac{-b}{a})=4+\dfrac{b}{a}$

因為 $ab<0$，故兩根之積 $4+\dfrac{b}{a}<4$

解法二

由(1)(2)可知，$f(x)=a(x+2)^2+b$，乘開可得：$f(x)=ax^2+4ax+(4a+b)$

設 $f(x)=0$ 的兩相異實根為 α,β，

由根與係數關係，可得 $\alpha\beta=\dfrac{4a+b}{a}=4+\dfrac{b}{a}$，因為 $ab<0$，故兩根之積 $4+\dfrac{b}{a}<4$

解法三

由(1)可知對稱軸為 $x=-2$。

可設 $f(x)=0$ 的兩相異根為 $\alpha=-2+c,\beta=-2-c$

其兩根之積為 $\alpha\beta=4-c^2$，

因 $\alpha\neq\beta$，可知 $c\neq 0$，故 $\alpha\beta<4$

解法四

設 $f(x)=0$ 之兩相異根為 α,β，

由(1)可知對稱軸為 $x=-2$，可知 $\alpha+\beta=-4$。

以 $\beta=-4-\alpha$ 代入，得 $\alpha\beta=\alpha(-4-\alpha)=-\alpha^2-4\alpha=-(\alpha+2)^2+4$

因 α,β 兩根相異，可知 $\alpha\neq-2$，故 $\alpha\beta=-(\alpha+2)^2+4<4$

解法五

設 $f(x)=0$ 有兩相異實根 $\alpha>\beta$，由(1)可知兩根之和為 $\alpha+\beta=-4$，以下依 α,β 的正負情況討論：

(i) 若 $\alpha\geq 0$，則必有 $\beta<0$。此時 $\alpha\beta\leq 0<4$。

(ii) 若 $\alpha<0$，則 $-\alpha,-\beta$ 皆為正數，且 $(-\alpha)+(-\beta)=4$。由算幾不等式可知 $\dfrac{(-\alpha)+(-\beta)}{2}\geq\sqrt{(-\alpha)(-\beta)}$，所以 $\alpha\beta=(-\alpha)(-\beta)\leq\left(\dfrac{(-\alpha)+(-\beta)}{2}\right)^2=4$。因 α,β 兩數相異，故等號不能成立。由此亦知 $\alpha\beta<4$。

綜合上述討論，知兩根之積 $\alpha\beta$ 必小於 4

第二題

第(1)小題

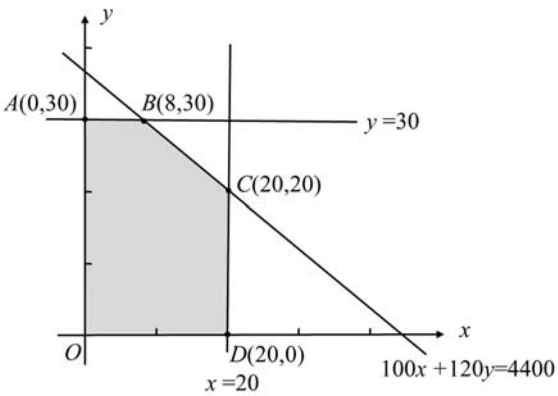
設車商進口甲、乙兩廠牌汽車各 x, y 台，其中 x, y 為非負整數。

(1)不等式：$\begin{cases} x \le 20 \\ y \le 30 \\ 100x + 120y \le 4400 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \le 20 \\ y \le 30 \\ 5x + 6y \le 220 \end{cases}$

(2)目標函數 $P(x, y) = 110000x + 120000y$

第(2)小題

根據第(1)題不等式，在坐標平面畫出可行解區域如下：
（ x, y 應為灰色區域（含邊界）中的格子點。）



第(3)小題

(一)頂點法：

(1)可行解區域的頂點為 $O(0,0), A(0,30), B(8,30), C(20,20), D(20,0)$。

(2)五個頂點 O, A, B, C, D 均代入目標函數 $P(x, y)$，並求出正確的目標函數值

(x, y)	$O(0,0)$	$A(0,30)$	$B(8,30)$	$C(20,20)$	$D(20,0)$
$P(x, y) = 11x + 12y$（單位：萬元）	0	360	448	460	220

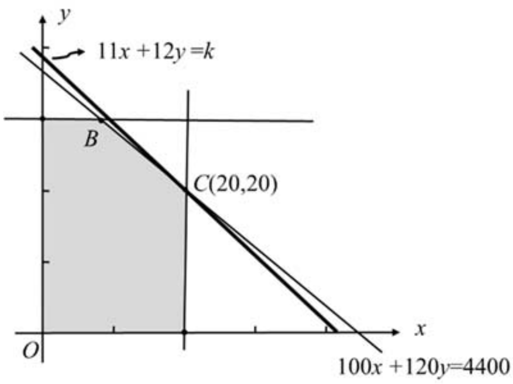
(3)故車商應進口兩廠牌汽車各 20 台，以達到最大利潤 460 萬元。

(二)平行線法：

(1)在圖形中標示出 $C(20,20)$，並以下列理由之一說明

(i) 指出直線 $11x+12y=k$ 的斜率 $m=\dfrac{-11}{12}<\dfrac{-5}{6}$

(ii) 畫出一條過 C 點且與直線 $11x+12y=k$ 平行的直線，如下圖。



(2)故車商應進口甲、乙兩廠牌汽車各 20 台，以達到最大利潤 460 萬元。