101 學年度指定科目考試

數學乙選擇（填）題答案

題號		答案
1		4
2		5
3		3
4		1,2
5		1,4
6		2,4
7		2
A	8	1
	9	2
B	10	2
	11	2
	12	3
C	13	4
	14	0

101 學年度指定科目考試數學乙非選擇題參考答案

數學乙的題型有選擇、選填與非選擇題。非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理過程，答題時應將推理或解題過程說明清楚，且得到正確答案，方可得到滿分。如果計算錯誤，則酌給部分分數。如果只有答案對，但觀念錯誤，或過程不合理，則無法得到分數。

數學科試題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。關於較詳細的考生解題錯誤概念或解法，請詳見本中心將於 8 月 15 日出刊的《選才電子報》。

101 學年度指定科目考試數學乙各大題的參考答案說明如下：

第一題

1. 說明 $f(x)$ 在區間 $-1 \le x \le 1$ 中的最大、最小值發生在端點。

【解法一】

將 $f(x)$ 配方得 $f(x) = ax^2 + 2ax + b = a(x+1)^2 + (b-a)$，故知 $(-1, b-a)$ 為函數圖形 $y = f(x)$ 的頂點；因此 $f(x)$ 在區間 $-1 \le x \le 1$ 中的最大、最小值發生在 $x = -1$ 或 1 時。

【解法二】

將 $f(x)$ 微分得 $f'(x) = 2ax + 2a = 2a(x+1)$， 故 $f'(1)=0$，得知 $f(x)$ 在 $x = -1$ 時有極值，因此二次函數 $f(x)$ 在 $x = -1$ 時有最大（或最小）值；從而知 $f(x)$ 在區間 $-1 \le x \le 1$ 的另一端點 $x = 1$ 時有最小（或最大)值。

2. 接著依 a 的正負分別討論：

(1)當 $a > 0$ 時： $f(x)$ 的函數值在區間 $-1 \le x \le 1$ 隨 x 值增加而增大，可知最小值發生在 $x = -1$ 處，而最大值發生在 $x = 1$ 處。

由題意可列式得 $\begin{cases} b - a = 3 \\ a + 2a + b = 7 \end{cases}$，解得 $(a,b) = (1,4)$。

(2)當 $a < 0$ 時：$f(x)$ 的函數值在區間 $-1 \le x \le 1$ 隨 x 值增加而減少，可知最大值發生在 $x = -1$ 處，而最小值發生在 $x = 1$ 處。

由題意可列式得 $\begin{cases} b - a = 7 \\ a + 2a + b = 3 \end{cases}$，解得 $(a,b) = (-1,6)$。

註：必須先說明 $f(x)$ 在區間 $-1 \le x \le 1$ 中的最大、最小值發生在端點，否則將被扣分。

第二題

第(1)題

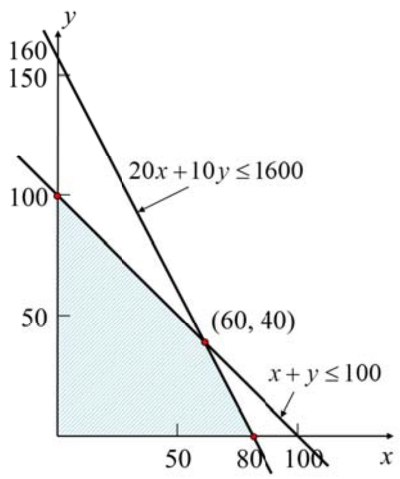
設每趟貨車運送甲商品 x 箱、乙商品 y 箱。由題意可列不等式組為

$$\begin{cases} x, y \ge 0 \\ x + y \le 100 \\ 20x + 10y \le 1600 \end{cases}$$ ，其中 x, y 為非負整數。

第(2)題

1.求出頂點或畫出可行解區域

由(1)之聯立不等式可繪出可行解區域如下圖的灰色區域（含邊界）:



此可行解區域為凸四邊形，其頂點為 $(0,0)$ 、 $(80,0)$ 、 $(60,40)$ 、 $(0,100)$ 。

2.求出目標函數

由「甲商品每箱的利潤為 1200 元，乙商品每箱的利潤為 1000 元」得目標函數為 $f(x,y)=1200x+1000y$ 。

3.說明在 $x=60, y=40$ 可得最大利潤

【解法一】

將四點分別代入目標函數 $f(x,y)=1200x+1000y$ ，可得：

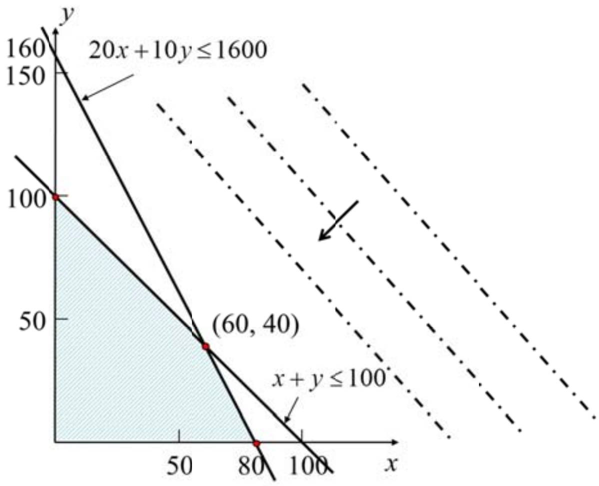
(x,y)	$(0,0)$	$(80,0)$	$(60,40)$	$(0,100)$
$f(x,y)$	0	96000	112000	100000

由表中完全正確的四個函數值，比較其大小可知利潤最大值發生於 $(60,40)$ 處。因此應讓每趟貨車運送甲商品 60 箱、乙商品 40 箱，此時可得最大利潤為 112000 元。

【解法二】

畫出正確的可行解區域（標示邊界、頂點 $(0,0)$、$(80,0)$、$(60,40)$、$(0,100)$ 所圍區域）。由於 $f(x,y)=1200x+1000y$ 所定直線之斜率為 $-\dfrac{6}{5}$ ，當直線

$1200x+1000y=k$ 在可行解區域掃動時，因目標函數所定直線之斜率 $-\frac{6}{5}$ 介於 -1 與 -2 之間，故得知在 $x=60, y=40$ 時，可得最大利潤 112000 元。



註：1. 若以頂點法解題（解法一），必須列出目標函數在四個頂點的完全正確函數值，進而比較其大小才能得到結論，任何計算錯誤（即使不影響答案）均將被扣分。

2. 若以平行線法解題（解法二），必須標示出正確的可行解區域，並說明目標函數所定直線之斜率 $-\frac{6}{5}$ 介於 -1 與 -2 之間，才能得知最大值發生在頂點 $(60, 40)$。