

九十五學年度指定科目考試
數學乙選擇題參考答案

題號		答案
1		2
2		4
3		2
4		2,3,4
5		3
6		1,3
7		1,2,3
A	8	2
	9	8
	10	9
B	11	8
	12	4
C	13	8
	14	4
	15	0

※如有疑義，應書明科目、題號及理由並於7月8日前傳真至02-23661365，且於該期限內另以限時掛號郵寄至本中心(郵戳為憑，逾期不予受理)。

數學乙

表八列出91至95年數學乙非選擇題得零分的考生人數及人數百分比。由表八可看出，95年的零分人數為9798人，百分比為10%，較94年的零分人數減少許多，可能原因是非選擇題中出了一題試求 $\sqrt{1521}$ 的值，是屬國中課程所學之知識，因此考生多半能作答。另外，再由表九可知，今年非選擇題滿分人數是最多的，滿分人數百分比與93年較為相近。以下將就95年數學乙非選擇題抽樣考生(1433份)的作答情形，與全體考生非選擇題的得分情形來分析。

表八 91至95年數學乙非選擇題零分人數統計表

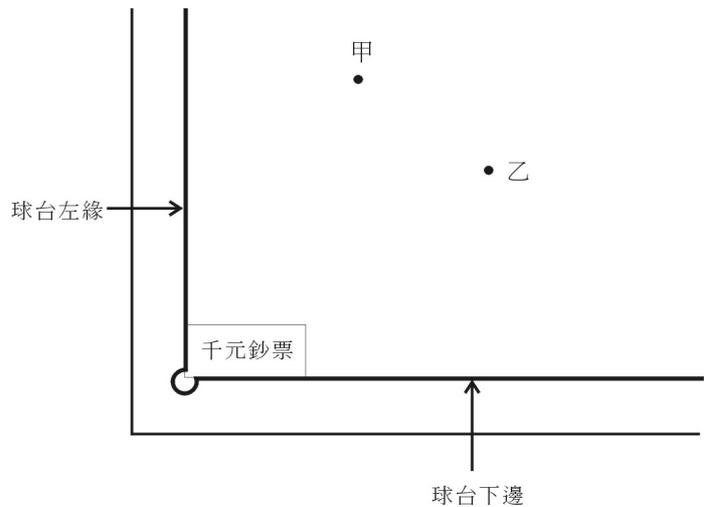
年度	人數	百分比
95	9798	10%
94	31808	33%
93	13348	14%
92	無	
91	6255	7%

表九 91至95年數學乙非選擇題滿分人數統計表

年度	人數	百分比
95	9709	10%
94	773	0.8%
93	9081	9.24%
92	無	
91	931	1%

第一題題目：

珈慶杯撞球大賽的勝負是這樣決定的：裁判將寬16公分、長7公分的千元鈔票貼邊放置在長方形球台的左下角，如右圖所示。甲、乙兩參賽者分別擊球，球靜止位置離鈔票中心點較近者獲勝。



甲、乙擊球後，裁判拿尺仔細量得甲所擊球停在離球台左緣23公分，離球台下邊39.5公分處；乙所擊球停在離球台左緣40公分，離球台下邊27.5公分處。

甲所擊球停在離球台左緣40公分，離球台下邊27.5公分處。

- (1) 已知 $\sqrt{1521}$ 是一個正整數，求此正整數。(3分)
 - (2) 求甲所擊球停止位置與鈔票中心點的距離。(4分)
- (答案必須以最簡單的形式表示)
- (3) 如果你是裁判，你會裁定甲或乙獲勝？理由為何？(6分)

本題是想評量考生能否求出兩點間的距離，以撞球大賽為情境來判斷甲、乙球與千元鈔票中心點的距離，距離千元鈔票中心點較近者獲勝。

第(1)小題為求出 $\sqrt{1521}$ 的值，考生所採取的做法約有下列三種：

- (1) 利用質因數分解知 $1521 = 3^2 \times 13^2$ ，求出 $\sqrt{1521} = 39$ 。
- (2) 依據直式開方法 $\sqrt{15'21}$ ，求出 $\sqrt{1521} = 39$
- (3) 或是以推估方式求得，如： $40^2 = 1600, 39^2 = 1521$ ，求得 $\sqrt{1521} = 39$ 。

表十 第一大題之第(1)小題考生的作答情形統計表

第(1)小題作答情形	人數	百分比
未答或有寫一些跟答案無關的內容，可看出考不知該如何作答	141	10.8
計算過程中寫成 $\sqrt{1521} = \pm 39$	10	0.7
計算過程中寫成 $\sqrt{1521} = 39^2$	11	0.7
其他	33	2.3
完全正確	1180	82.3

表十是抽樣1433名考生的作答情形，在第(1)小題中近一成的考生是未答或寫一些與答案無關的內容；有8成的考生則能完全作對。考生在此小題中常出現的錯誤為，在計算過程中將 $\sqrt{1521}$ 寫成 ± 39 ，或將 $\sqrt{1521}$ 寫成 39^2 。

表十一 第一大題之第(2)小題考生的作答情形統計表

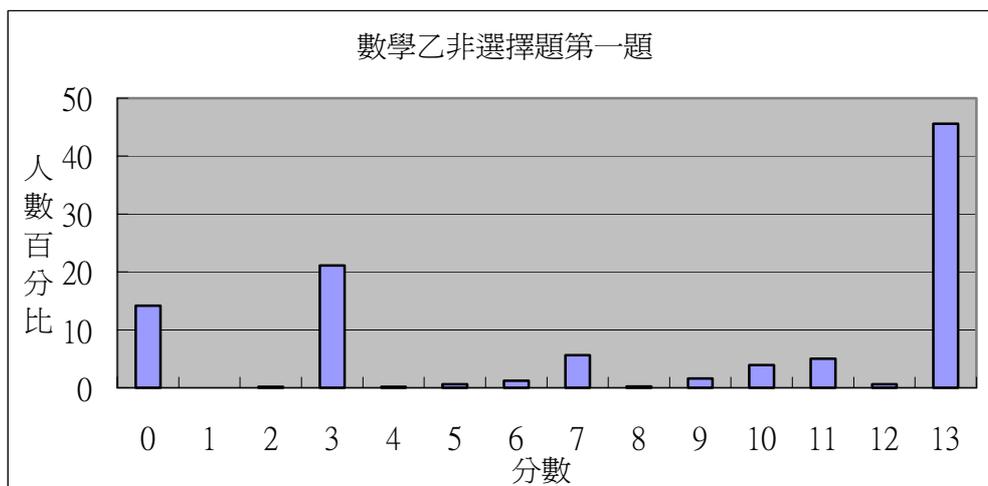
第(2)小題作答情形	人數	百分比
未答，或有寫一些跟答案無關的內容，可看出考不知該如何作答	330	23.1
直接寫 39，而無任何計算過程	5	0.3
甲球坐標(23,39.5)，鈔票中心點坐標(8,3.5)有一錯誤	35	2.4
利用距離公式寫出 $\sqrt{(23-8)^2+(39.5-3.5)^2}$ ，或利用距離公式直接寫出 $\sqrt{15^2+36^2}$ ，但答案只寫 $\sqrt{1521}$ ，沒有繼續化簡	7	0.5
利用距離公式寫出 $\sqrt{(23-8)^2+(39.5-3.5)^2}$ ，或利用距離公式直接寫出 $\sqrt{15^2+36^2}$ ，但計算結果非 39 或 $\sqrt{1521}$	55	3.8
利用距離公式，但誤寫成 $\sqrt{(23-3.5)^2+(39.5-8)^2}$	17	1.2
利用距離公式，僅求出甲球到原點距離 $\sqrt{23^2+39.5^2}$ ；或利用距離公式，先算甲球到原點距離 $\sqrt{23^2+39.5^2}$ 後，再減掉鈔票中心點到原點距離 $\sqrt{3.5^2+8^2}$ ，這兩種距離都不是甲球到鈔票中心的距離	17	1.2
有寫出 $\sqrt{\Delta^2+\text{O}^2}$ 形式，但裏面的數值有誤	97	6.8
看出邊長 5，12，13 的相似三角形，但比例算錯	1	0.1
找出鈔票中心到甲球的直線方程，再求甲球到直線的距離	1	0.1
其他	70	4.9
完全正確	774	54.0

第(2)小題是求甲球到鈔票中心點的距離，正確做法可分為兩種，一是定出甲球及鈔票中心點的坐標後，再利用距離公式求出這二點間的距離；二為定出坐標後，試著在坐標中畫出一個以甲球到鈔票中心點的距離為斜邊的直角三角形，再利用直角三角形中5,12,13的邊長比關係，求出甲球到鈔票中心點的距離。將抽樣1433名考生的答案卷作答情形歸納如表十一，約有2成的學生未答或寫一些與答案無關的內容，約有5成的考生能完全作對。從考生的作答情形發現，多半考生知道要利用距離公式來求解，但有些學生在定坐標時產生錯誤(約2%)；或計算錯誤(近4%)；或誤求成甲球到原點距離(約1%)；在其他的部分，有學生知道利用距離公式，但卻寫成 $\sqrt{\Delta^2 - O^2}$ 的形式，亦或寫成 $\sqrt{\Delta^2 + O^2}$ 形式，但裏面數值不知是如何得知，也看不出其數值與 $15^2 + 36^2$ 有關。另外，有考生只寫了39(或 $\sqrt{1521}$)而沒有計算過程，但因試卷中計算證明題的作答說明上詳述「同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分」，因此若無解題的過程與理由時，閱卷時是很難給到滿分。

表十二 第一大題之第(3)小題考生的作答情形統計表

第(3)小題作答情形	人數	百分比
未答或有寫一些跟答案無關的內容，可看出考不知該如何作答	144	10.1
只寫甲勝，或只寫乙勝，但沒有任何理由	49	3.4
主觀認為甲或乙的距離較近，沒有任何距離數據(如：我認為…)	220	15.4
直接在試題卷上用尺量出長度，而判斷甲或乙勝	6	0.4
乙球坐標(40,27.5)，鈔票中心點坐標(8,3.5)有一錯誤	15	1.0
利用距離公式寫出 $\sqrt{(40-8)^2+(27.5-3.5)^2}$ ，或直接寫出 $\sqrt{32^2+24^2}$ ，但化簡結果非40或 $\sqrt{1600}$	48	3.3
利用距離公式，但誤寫寫成 $\sqrt{(40-3.5)^2+(27.5-8)^2}$	6	0.4
利用距離公式，僅求出乙球到原點距離 $\sqrt{40^2+27.5^2}$ ；或利用距離公式，先算乙球到原點距離 $\sqrt{40^2+27.5^2}$ ，減掉鈔票中心點到原點距離 $\sqrt{3.5^2+8^2}$ ，這兩種距離都不是乙球到鈔票中心的距離	8	0.6
有寫出 $\sqrt{\Delta^2+O^2}$ 形式，但裏面的數值有誤	77	5.4
看出邊長3,4,5的相似三角形，知道比例為放大8倍，得距離為40	6	0.4
因計算錯誤導出乙球的距離較甲的距離近，而判斷乙勝	64	4.5
其他	141	9.8
完全正確	608	42.4

第(3)小題是問若依比賽規則，該裁定甲、乙何者勝利?此題的做法為，算出乙球到鈔票中心點的距離後，再說明因甲球至鈔票中心點的距離較乙球到鈔票中心點的距離為近，因此判斷甲勝。將1433份抽樣卷分析整理後發現(見表十二)，約有一成的學生未答或寫一些與答案無關的內容；有四成多的考生則是能完全答對。另外，約有一成五的考生憑猜測來寫甲或乙勝，而沒有任何距離數據的依據，可能是因為此題是問會裁定誰獲勝所導致。



圖三 數學乙非選擇題第一題成績分佈圖

圖三為全體考生在本題的得分情形，零分的考生約13%，可見這群考生對 $\sqrt{1521}$ 的分解是有困難的；約20%的考生得3分，這些考生可能只答對第(1)小題；另外，由圖中可看出部分考生的分數集中於5-12分，原因是考生在列式上(定坐標、距離公式)、計算上有所出錯，使得無法在此題上拿得滿分；約有45%的考生得滿分。

第二題題目：

為預防禽流感，營養師吩咐雞場主人每天必須從飼料中提供至少84 單位的營養素A、至少72 單位的營養素B 和至少60 單位的營養素C 給他的雞群。這三種營養素可由兩種飼料中獲得，且知第一種飼料每公斤售價5 元並含有7 單位的營養素A，3 單位的營養素B 與3 單位的營養素C；第二種飼料每公斤售價4 元並含有2 單位的營養素A，6 單位的營養素B 與2 單位的營養素C。

- (1)若雞場主人每天使用 x 公斤的第一種飼料與 y 公斤的第二種飼料就能符合營養師吩咐，則除了 $x \geq 0, y \geq 0$ 兩個條件外，寫下 x, y 必須滿足的不等式組。(3分)
- (2)若雞場主人想以最少的飼料成本來達到雞群的營養要求，則 x, y 的值為何？最少的飼料成本又是多少？(10分)

本題是想評量考生能否將情境問題轉換成數學式，進而用線性規劃原理解題。

表十三 第二大題之第(1)小題考生的作答情形統計表

第(1)小題作答情形	人數	百分比
未答，或有寫一些跟答案無關的內容，可看出考不知該如何作答	289	20.2
以營養素 A、B、C 為變數列出錯誤的式子，如： $7A+3B+3C$ ； $2A+6B+3C$	24	1.7
列式中的變數 x 、 y 角色互換，使得列式錯誤，如 $2x+7y \geq 84$	1	0.1
列式中的變數並非是以 x 、 y 來表示，但數字及不等式符號皆正確	1	0.1
將不等式寫成等式 $7x+2y=84$ ，或寫成 $7x+2y > 84$ ，或 $7x+2y < 84$ ，或某個式子正確	81	5.7
列出奇怪或嚴重錯誤的式子	138	9.6
完全正確	846	59.1

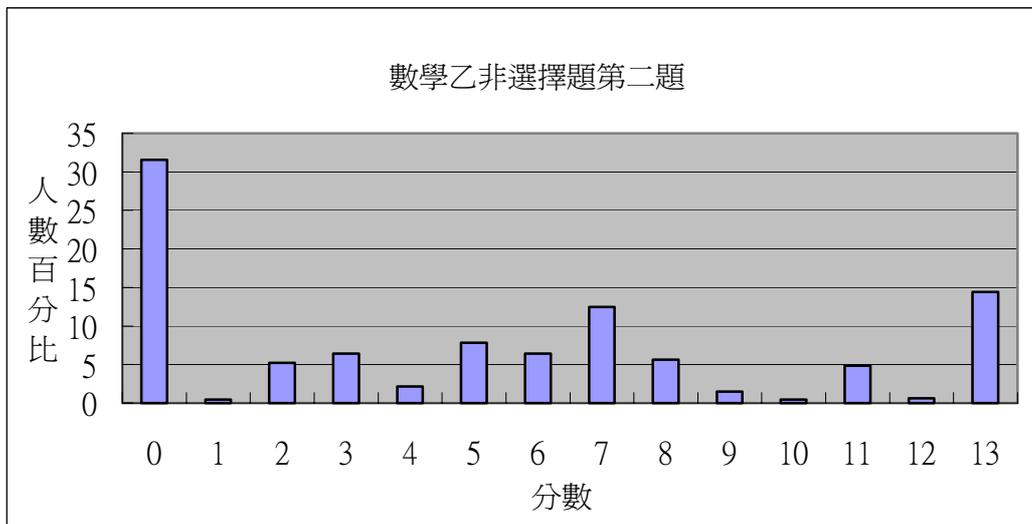
在第(1)小題中，是想測驗考生能否讀懂題意，並能寫出 x, y 必須滿足的不等式組。由表十三抽樣卷的分析結果知，有二成多的考生未答或寫一些與答案無關的內容；有近六成的考生能將不等式組完全列對；考生在列式時較有問題的是，會以營養素 A、B、C 為變數列式，或不等式符號寫錯，可能的原因是考生無法組織題意中所給的訊息，並辨識出題目中的數學元素來以數學式表達。

表十四 第二大題之第(2)小題考生的作答情形統計表

第(2)小題作答類型	人數	百分比
未答，或有寫一些跟答案無關的內容，可看出考不知該如何作答	462	32.3
方程式列對，但直線畫錯	67	4.6
方程式列對，直線畫對，但可行解區域標示錯誤	45	3.1
方程式列對，直線畫對，但可行解區域標示錯誤，因而認為最小值發生在(10, 7)	21	1.4
方程式列對，但求出錯誤的頂點坐標	118	8.2
方程式列對，圖形標示正確，但頂點坐標計算錯誤	54	3.7
方程式列對，但只求二個頂點(6,21)與(18,3)，代入目標函數中，雖仍可得最小值發生的點在 $x = 18, y = 3$ ，但方法不完備	89	6.2
方程式列對，所求之頂點也正確，但目標函數寫錯，使得最小值發生的點不在 $x = 18, y = 3$	7	0.4
方程式列對，所求頂點與目標函數皆正確，但代入目標函數後卻計算錯誤	3	0.2
方程式列對，所求頂點與目標函數皆正確，但卻未代入目標函數做比較，而直接判定最小值發生的點在 $x = 18, y = 3$	22	1.5
利用平行線法來解題，且在圖中畫出斜率 $m = -\frac{5}{4}$ 的平行線，或直接用文字說明「目標函數之斜率 $m = -\frac{5}{4}$ 介於斜率 $-\frac{3}{2}$ 與 $-\frac{1}{2}$ 之間」	29	2.0
完全正確	209	14.58

在第(2)小題中，是想測驗考生以線性規劃概念來解題時，先將可行解區域畫出，再使用平行線法：即利用目標函數 $f(x, y) = 5x + 4y$ 的斜率為 $-\frac{5}{4}$ 。因此，

當以 $f(x,y) = 5x + 4y = k$ 的直線掃動時，即可知成本的最小值會發生在 $x=18, y=3$ 時。亦可利用頂點法：將可行解區域的頂點求出後，再分別代入目標函數內比大小，得出成本的最小值。從抽樣卷的分析結果知(見表十四)，較少考生(約2%)是以平行線法的觀念來做，大部分考生是以頂點法來處理此題。有三成多的考生未答或寫一些與答案無關的內容；約一成五的考生則是能完全寫對。考生在這部分較有問題的是，方程式列對但直線畫錯(約4%)，這群考生在代數轉換成幾何圖形時可能有些困難；另有考生不等式列對，直線也畫對，但在可行解區域的標示上有誤(約3%)，這群考生在圖示不等式的學習上須再加強；有考生則是不等式列對，但在求頂點時算錯(約8%)，其中有3%的考生是圖形標示正確，但卻在解聯立方程式時將頂點算錯；另有考生只求了二個頂點後(約6%)，就得到最小值是發生在 $x=18, y=3$ ，完全看不出是以平行線法的概念來判斷。另有考生(約1%)則是四個頂點皆正確，但未將頂點代入目標函數中做比較，因此沒辦法得知考生是否利用平行線法，或頂點法來判斷出最小值所發生的點。



圖四 數學乙非選擇題第二題成績分佈圖

圖四為全體考生在本題的得分情形，其中得零分的考生有31%，可知這些學生在第(1)小題中列出不等式組就有問題；得7分的考生有12%，可能是因為不等式組列對，也寫出目標函數，但在解可行解區域的頂點時出錯，因而只拿到部分分數。在頂點法中，考生較常出現的問題是可行解區域標示錯誤，

進而影響頂點的正確性，以及在答題過程中沒有明確說明出是依據何種概念來判斷出最小值，此題約有14%的考生得滿分。

今年數學乙的計算證明題並不困難，所用到的解題概念皆很基本，主要是評量考生能從情境中建立平面坐標系，並能計算兩點間的距離及能利用線性規劃原理來解題，學生若能從情境中辨識數學元素，並能使用數學語言來回答問題，應可拿到不錯的分數。

結論

非選擇題是爲了進一步評量考生解題時的推理與表達能力，因此考生在作答時，應盡量呈現其解題過程或理由，宜避免直接寫答案，而無任何的計算過程，畢竟非選擇題解題的過程與理由，是閱卷委員評分時的重要依據。

大考中心每年均會針對數學甲、數學乙的非選擇題進行抽樣，並對所抽樣的試卷進行作答情形分析，是爲想瞭解學生在解題過程中所使用的概念與想法，且從中發現學生可能的迷思概念與錯誤類型，以提供給高中老師參考。此外，高中老師若對此分析有其教學經驗上的補充，亦歡迎老師與我們分享。