

財團法人大學入學考試中心基金會  
113學年度分科測驗試題  
數學甲考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：80分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的  $\square^3$  與第 18-2 列的  $\square^8$  劃記，如：

18-1	$\square^1$	$\square^2$	$\square^3$	$\square^4$	$\square^5$	$\square^6$	$\square^7$	$\square^8$	$\square^9$	$\square^0$	$\square^-$	$\square^\pm$
18-2	$\square^1$	$\square^2$	$\square^3$	$\square^4$	$\square^5$	$\square^6$	$\square^7$	$\square^8$	$\square^9$	$\square^0$	$\square^-$	$\square^\pm$

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的  $\square^7$  與第 19-2 列的  $\square^7$  劃記，如：

19-1	$\square^1$	$\square^2$	$\square^3$	$\square^4$	$\square^5$	$\square^6$	$\square^7$	$\square^8$	$\square^9$	$\square^0$	$\square^-$	$\square^\pm$
19-2	$\square^1$	$\square^2$	$\square^3$	$\square^4$	$\square^5$	$\square^6$	$\square^7$	$\square^8$	$\square^9$	$\square^0$	$\square^-$	$\square^\pm$

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

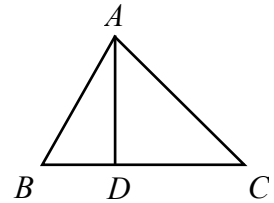
※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分。

1. 如右圖所示，有一  $\triangle ABC$ ，已知  $\overline{BC}$  邊上的高  $\overline{AD}=12$ ，且  $\tan \angle B = \frac{3}{2}$ 、 $\tan \angle C = \frac{2}{3}$ 。試問  $\overline{BC}$  的長度為何？

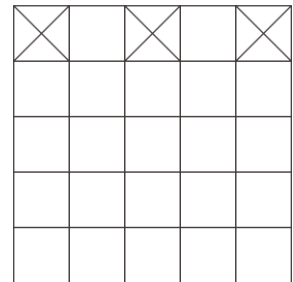


- (1) 20                      (2) 21                      (3) 24  
(4) 25                      (5) 26

2. 坐標平面上，橢圓  $\Gamma$  的方程式為  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$ （其中  $a$  為正實數）。若將  $\Gamma$  以原點  $O$  為中心，沿  $x$  軸方向伸縮為 2 倍、沿  $y$  軸方向伸縮為 3 倍後，所得到的新圖形會通過點  $(18,0)$ 。試問下列哪一個選項是  $\Gamma$  的焦點？

- (1)  $(0,3\sqrt{3})$             (2)  $(-3\sqrt{5},0)$             (3)  $(0,6\sqrt{13})$             (4)  $(-3\sqrt{13},0)$             (5)  $(9,0)$

3. 想在  $5 \times 5$  的棋盤上擺放 4 個相同的西洋棋的城堡棋子。由於城堡會將同一行或是同一列的棋子吃掉，故擺放時規定每一行與每一列最多只能擺放一個城堡。在第一列的第一、三、五格（如圖示畫叉的格子）不擺放的情況下，試問共有多少種擺放方式？



- (1) 216  
(2) 240  
(3) 288  
(4) 312  
(5) 360

## 二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題 8 分。

4. 一遊戲廠商將舉辦抽獎活動，廠商公告每次抽獎需使用掉一個代幣，且每次抽獎的中獎機率皆為  $\frac{1}{10}$ 。某甲決定先存若干個代幣，並在活動開始後進行抽獎，直到用完所有代幣才停止。試選出正確的選項。
- (1) 某甲中獎一次所需要抽獎次數的期望值為 10
  - (2) 某甲抽獎兩次就中獎一次以上的機率為 0.2
  - (3) 某甲抽獎 10 次都沒中獎的機率小於抽獎 1 次就中獎的機率
  - (4) 某甲至少要存 22 個代幣，才能保證中獎的機率大於 0.9
  - (5) 某甲只要存足夠多的代幣，就可以保證中獎的機率為 1
5. 設  $f(x)$  為三次實係數多項式。已知  $f(-2-3i)=0$  (其中  $i=\sqrt{-1}$ )，且  $f(x)$  除以  $x^2+x-2$  的餘式為 18。試選出正確的選項。
- (1)  $f(2+3i)=0$
  - (2)  $f(-2)=18$
  - (3)  $f(x)$  的三次項係數為負
  - (4)  $f(x)=0$  恰有一正實根
  - (5)  $y=f(x)$  圖形的對稱中心在第一象限

6. 坐標空間中，考慮滿足內積  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{15}$  與外積  $\vec{u} \times \vec{v} = (-1, 0, 3)$  的兩向量  $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 。  
試選出正確的選項。

- (1)  $\vec{u}$  與  $\vec{v}$  的夾角  $\theta$  (其中  $0 \leq \theta \leq \pi$ ， $\pi$  為圓周率) 大於  $\frac{\pi}{4}$
- (2)  $\vec{u}$  可能為  $(1, 0, -1)$
- (3)  $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq 2\sqrt{5}$
- (4) 若已知  $\vec{v}$ ，則  $\vec{u}$  可以被唯一決定
- (5) 若已知  $|\vec{u}| + |\vec{v}|$ ，則  $|\vec{v}|$  可以被唯一決定

7. 坐標平面上，考慮兩函數  $f(x) = x^5 - 5x^3 + 5x^2 + 5$  與  $g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$  的函數圖形  
(其中  $\pi$  為圓周率)。試選出正確的選項。

- (1)  $f'(1) = 0$
- (2)  $y = f(x)$  在閉區間  $[0, 2]$  為遞增
- (3)  $y = f(x)$  在閉區間  $[0, 2]$  為凹向上
- (4) 對任意實數  $x$ ， $g(x + 6\pi) = g(x)$
- (5)  $y = f(x)$  與  $y = g(x)$  在閉區間  $[3, 4]$  皆為遞增

8. 設  $z$  為非零複數，且設  $\alpha = |z|$ 、 $\beta$  為  $z$  的輻角，其中  $0 \leq \beta < 2\pi$ （其中  $\pi$  為圓周率）。對任一正整數  $n$ ，設實數  $x_n$  與  $y_n$  分別為  $z^n$  的實部與虛部。試選出正確選項。

- (1) 若  $\alpha = 1$  且  $\beta = \frac{3\pi}{7}$ ，則  $x_{10} = x_3$
- (2) 若  $y_3 = 0$ ，則  $y_6 = 0$
- (3) 若  $x_3 = 1$ ，則  $x_6 = 1$
- (4) 若數列  $\langle y_n \rangle$  收斂，則  $\alpha \leq 1$
- (5) 若數列  $\langle x_n \rangle$  收斂，則數列  $\langle y_n \rangle$  也收斂

### 三、選填題（占 18 分）

說明：第 9 題至第 11 題，每題 6 分。

9. 設  $a, b, c, d$  為實數。已知兩聯立方程組  $\begin{cases} ax+by=2 \\ cx+dy=1 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} ax+by=-1 \\ cx+dy=-1 \end{cases}$  的增廣矩陣經過相同的列運算後，分別得到  $\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$ 、 $\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{array} \right]$ ，則聯立方程組  $\begin{cases} ax+by=0 \\ cx+dy=1 \end{cases}$  的解為  $x = \frac{\textcircled{9-1} \textcircled{9-2}}{\text{---}}$ ， $y = \frac{\textcircled{9-3}}{\text{---}}$ 。

10. 坐標平面上，設  $\Gamma$  為以原點為圓心的圓， $P$  為  $\Gamma$  與  $x$  軸的其中一個交點。已知

通過  $P$  點且斜率為  $\frac{1}{2}$  的直線交  $\Gamma$  於另一點  $Q$ ，且  $\overline{PQ} = 1$ ，則  $\Gamma$  的半徑為  $\frac{\sqrt{\textcircled{10-1}}}{\textcircled{10-2}}$ 。

（化為最簡根式）

11. 設實數  $a_1, a_2, \dots, a_9$  是公差為 2 的等差數列，其中  $a_1 \neq 0$  且  $a_3 > 0$ 。若  $\log_2 a_3, \log_2 b, \log_2 a_9$

三數依序也成等差數列，其中  $b$  為  $a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$  其中一數，則  $a_9 = \frac{\textcircled{11-1} \textcircled{11-2}}{\textcircled{11-3}}$ 。

(化為最簡分數)

### 第貳部分、混合題或非選擇題 (占 24 分)

說明：本部分共有 2 題組，選擇題每題 2 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。

選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 12-14 題為題組

坐標空間中，考慮三個平面  $E_1: x+y+z=7$ 、 $E_2: x-y+z=3$ 、 $E_3: x-y-z=-5$ 。令  $E_1$  與  $E_2$  相交的直線為  $L_3$ ； $E_2$  與  $E_3$  相交的直線為  $L_1$ ； $E_3$  與  $E_1$  相交的直線為  $L_2$ 。根據上述，試回答下列問題。

12. 已知三直線  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  有共同交點，試求此共同交點  $P$  的坐標。(非選擇題，4 分)

13. 試說明  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  中，任兩直線所夾的銳角皆為  $60^\circ$ 。(非選擇題，4 分)

(註：令  $L_1$  與  $L_2$  所夾的銳角為  $\alpha$ ， $L_2$  與  $L_3$  所夾的銳角為  $\beta$ ， $L_3$  與  $L_1$  所夾的銳角為  $\gamma$ )

14. 若坐標空間中第四個平面  $E_4$  與  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  圍出一個邊長為  $6\sqrt{2}$  的正四面體，試求出  $E_4$  的方程式 (寫成  $x+ay+bz=c$  的形式)。(非選擇題，4 分)

15-17 題為題組

坐標平面上，設  $\Gamma$  為三次函數  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 4$  的函數圖形。根據上述，試回答下列問題。

15. 試問下列何者為  $f(x)$  的導函數？（單選題，2 分）

- (1)  $x^2 - 9x + 15$
- (2)  $3x^3 - 18x^2 + 15x - 4$
- (3)  $3x^3 - 18x^2 + 15x$
- (4)  $3x^2 - 18x + 15$
- (5)  $x^2 - 18x + 15$

16. 試說明  $P(1,3)$  為  $\Gamma$  上之一點，並求  $\Gamma$  在  $P$  點的切線  $L$  的方程式。（非選擇題，4 分）

17. 承 16，試求  $\Gamma$  和  $L$  所圍成有界區域的面積。（非選擇題，6 分）

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

4.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

5. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$

6. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適直線 (迴歸直線) 方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

7. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ,  $\pi \approx 3.142$

8. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ ,  $\log 5 \approx 0.6990$ ,  $\log 7 \approx 0.8451$

9. 若  $X \sim B(n, p)$  為二項分布，則期望值  $E(X) = np$ ，變異數  $Var(X) = np(1-p)$ ；

若  $X \sim G(p)$  為幾何分布，則期望值  $E(X) = \frac{1}{p}$ ，變異數  $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$ 。



# 財團法人大學入學考試中心基金會

## 113 學年度分科測驗

### 數學甲考科

### 答題卷

應試號碼、條碼、姓名 (不得污損、塗改或破壞)

確認答題卷應試號碼與姓名正確無誤

確認後 考生簽名	請用正楷簽全名
-------------	---------

※考試開始鈴響起，經確認確為本人之應試號碼與姓名後，於「確認後考生簽名」欄以正楷簽全名。使用備用答題卷者，請務必於「確認後考生簽名」欄簽全名。  
※請詳閱試題本上作答注意事項與答題卷劃記及書寫注意事項。

※選擇題正確作答樣例： A  B  C  D

### 第壹部分、選擇(填)題 (占 76 分)

注意：考生如未能劃滿方格，或不依試題本之作答注意事項劃記致機器無法正確辨識答案時，恐將影響成績。

1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9-3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11-3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 第貳部分、混合題或非選擇題 (占 24 分)

#### 作答區

注意：1.應依據題號順序，於作答區內作答。2.除另有規定外，書寫時應由左至右橫式書寫。3.作答須清晰，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。

題號

12

【請用黑色墨水的筆作答】

13

【請用黑色墨水的筆作答】

題號	作答區
	<p>注意：1.應依據題號順序，於作答區內作答。2.除另有規定外，書寫時應由左至右橫式書寫。3.作答須清晰，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。</p> <p style="text-align: right;">【請用黑色墨水的筆作答】</p>
14	
15	<p style="text-align: center;"> <math>\frac{1}{\square}</math>   <math>\frac{2}{\square}</math>   <math>\frac{3}{\square}</math>   <math>\frac{4}{\square}</math>   <math>\frac{5}{\square}</math>   <math>\frac{6}{\square}</math>   <math>\frac{7}{\square}</math>   <math>\frac{8}{\square}</math>   <math>\frac{9}{\square}</math>   <math>\frac{0}{\square}</math>   <math>\frac{-}{\square}</math>   <math>\frac{+}{\square}</math> </p> <p style="text-align: right;">【請用 <b>2B</b> 鉛筆作答】</p>
16	<p style="text-align: right;">【請用黑色墨水的筆作答】</p>

題號	作答區
	<p>注意：1.應依據題號順序，於作答區內作答。2.除另有規定外，書寫時應由左至右橫式書寫。3.作答須清晰，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。4.不得於作答區書寫姓名、應試號碼或無關之文字、圖案符號等。</p> <p style="text-align: right;">【請用黑色墨水的筆作答】</p>
17	