

大學入學考試中心
九十六學年度指定科目考試試題
數學甲

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 單選題及多選題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ± 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列 ₃ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	1	2	<input checked="" type="checkbox"/>	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若第 5 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 5 列的 ₁ 與 ₃ 劃記，如：

5	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input checked="" type="checkbox"/>	4	5	6	7	8	9	0	-	±
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ..., 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ₋ 與第 21 列的 ₇ 劃記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	<input checked="" type="checkbox"/>	±
21	1	2	3	4	5	6	<input checked="" type="checkbox"/>	8	9	0	-	±

祝考試順利

第壹部分：選擇題 (單選題、多選題及選填題共佔 79 分)

一、單選題 (18 分)

說明：第 1 至 3 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不倒扣分數。

1. 設 $z = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ ，試問複數 $1-z$ 的絕對值為以下哪一選項？

(1) $2 \sin \frac{\pi}{7}$

(2) $\sin \frac{2\pi}{7}$

(3) $\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{7}$

(4) $\sqrt{2} (1 - \cos \frac{2\pi}{7})$

(5) $\sqrt{1 - \cos \frac{2\pi}{7}}$

2. 試問下列有關極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|3 - 3x - x^2| - 1}{x - 1}$ 的敘述何者正確？

(1) 極限不存在

(2) 極限為 0

(3) 極限為 1

(4) 極限為 5

(5) 極限為 -2

5. 設 $P(x)$ 是一個五次實係數多項式。若 $P(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式是 2，且商 $Q(x)$ 是一個係數均為正數的多項式，試問下列哪些選項是正確的？

- (1) $P(x)=0$ 與 $Q(x)=0$ 有共同的實根
- (2) 3 是 $P(x)=2$ 唯一的實根
- (3) $P(x)$ 不能被 $x-4$ 整除
- (4) $P(x)=0$ 一定有小於 3 的實根
- (5) $P(x)$ 除以 $(x-3)(x+3)$ 的餘式也是 2

6. 設 a 是不為零的實數，且以下的三元一次方程組有解：

$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} \\ \frac{y-5}{3} = z-4 \\ \frac{x}{a} = z-2 \\ \frac{y+1}{3} = z-2 \end{cases}$$

試問下列哪些選項是正確的？

- (1) $a=2$
- (2) 原方程組有唯一解
- (3) 方程組 $\begin{cases} \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} \\ \frac{x}{a} = z-2 \end{cases}$ 有無窮多解
- (4) 方程組 $\begin{cases} \frac{x}{a} = z-2 \\ \frac{y+1}{3} = z-2 \end{cases}$ 有唯一解
- (5) 方程組 $\begin{cases} \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} \\ \frac{y-5}{3} = z-4 \end{cases}$ 有無窮多解

7. 有關矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 與矩陣 $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，試問下列哪些選項是正確的？

- (1) $AB = BA$
- (2) $A^2B = BA^2$
- (3) $A^{11}B^3 = B^6A^5$
- (4) $AB^{12} = A^7$
- (5) $(ABA)^{15} = AB^{15}A$

8. 考慮坐標平面上函數 $y = x^3 + 2x + 3$ 的圖形 (x 為任意實數)，試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 圖形有最高點，也有最低點
- (2) 圖形有水平切線
- (3) 圖形與任一水平直線恰有一交點
- (4) 若 (a, b) 在圖形上，則 $(-a, -b+6)$ 也在圖形上
- (5) 圖形與三直線 $x=0, x=1, y=0$ 所圍成的區域之面積大於4

第貳部分：非選擇題(佔 21 分)

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號(一、二)與子題號((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題前。

一. 設 $f(x) = x^3 - 6x^2 - x + 30$ ，且 a, b 是方程式 $f(x) = 0$ 的兩正根。

(1) (3分) 求解三次方程式 $f(x) = 0$ 。

(2) (8分) 若 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = a$, $\overline{BC} = b$, $\angle ACB = 120^\circ$ ，且 D, E 是 \overline{AB} 上兩點，滿足 $\overline{BD} = \overline{BC}$, $\overline{AE} = \overline{AC}$ ，試求 $\triangle CDE$ 的面積。

二. 設 $\triangle ABC$ 的三頂點坐標分別為 $A(-2, 7, 15)$ 、 $B(1, 16, 3)$ 、 $C(10, 7, 3)$ 。

(1) (5分) 試求通過 A 、 B 、 C 三點的平面方程式。

(2) (5分) 試求 $\triangle ABC$ 的外心坐標。