

大學入學考試中心
九十二學年度指定科目考試試題
數學甲

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內作答，選擇題答錯均倒扣。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 選擇題：只用 1, 2, 3, 4 等四個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 5, 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單一選擇題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 ₃ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	1	2	<input checked="" type="checkbox"/>	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若第 10 題為多重選擇題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 ₁ 與 ₃ 劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input checked="" type="checkbox"/>	4	5	6	7	8	9	0	-	±
----	-------------------------------------	---	-------------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ₋ 與第 21 列的 ₇ 劃記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	<input checked="" type="checkbox"/>	±
21	1	2	3	4	5	6	<input checked="" type="checkbox"/>	8	9	0	-	±

祝考試順利

一、單一選擇題（16%）

說明：第1至2題，每題選出一個最適當的選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得8分，答錯倒扣 $2\frac{2}{3}$ 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未答者，不給分亦不扣分。

1. 平面上有 A、B、C 三點。已知 B、C 之間的距離是 200 公尺，B、A 之間的距離是 1500 公尺， $\angle ACB$ 等於 60° 。請問 A、C 之間距離的最佳近似值是哪一個選項？
- (1) 1500 公尺
 - (2) 1600 公尺
 - (3) 1700 公尺
 - (4) 1800 公尺
2. 某國政府長期追蹤全國國民的經濟狀況，依訂定的標準將國民分為高收入和低收入兩類。統計發現高收入的人口一直是低收入人口的兩倍，且知在高收入的人口中，每年有四成會轉變為低收入。請問在低收入的人口中，每年有幾成會轉變為高收入？請選出正確的選項。
- (1) 6 成
 - (2) 7 成
 - (3) 8 成
 - (4) 9 成

二、多重選擇題（48%）

說明：第3~8題，每題各有4個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得2分；每答錯一個，倒扣2分，完全答對得8分；未答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣2分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. A 和 B 是兩個二階方陣，方陣中每一位置的元素都是實數。就二階方陣所對應的平面變換來說， A 在平面上的作用是對直線 $L: y + \sqrt{3}x = 0$ 的鏡射，且知 $AB = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 。請選出正確的選項。

（說明： A 將 P 點對應到 Q 點，則 L 為線段 \overline{PQ} 的垂直平分線）

- (1) $AB = BA$
 - (2) $A + B = \mathbf{0}$
 - (3) B 所對應的平面變換是旋轉
 - (4) $-A$ 是 B 的(乘法)反方陣
4. 已知不等式 $1.253 \times 10^{845} < 7^{1000} < 1.254 \times 10^{845}$ 成立。請選出正確的選項。
- (1) $\log_{10} 7 < 0.846$
 - (2) $\log_{10} 7 > 0.845$
 - (3) $7^{100} < 5 \times 10^{84}$
 - (4) $7^{10} < 2 \times 10^8$

5. n 是大於 1 的整數。坐標平面上兩個橢圓區域

$$\frac{x^2}{n^2} + y^2 \leq 1 \quad \text{和} \quad x^2 + \frac{y^2}{n^2} \leq 1$$

共同的部分以 A_n 表示。請選出正確的選項。

- (1) A_n 的面積小於 4
- (2) A_n 的面積大於 π
- (3) A_n 的周長大於 5
- (4) 當 n 趨於無窮大時， A_n 的面積趨近於 4

6. 在一個牽涉到兩個未知量 x, y 的線性規劃作業中，有三個限制條件。坐標平面上符合這三個限制條件的區域是一個三角形區域。假設目標函數 $ax + by$ (a, b 是常數) 在此三角形的一個頂點 $(19, 12)$ 上取得最大值 31，而在另一個頂點 $(13, 10)$ 取得最小值 23。

現因業務需要，加入第四個限制條件，結果符合所有限制條件的區域變成一個四邊形區域，頂點少了 $(19, 12)$ ，新增了 $(17, 13)$ 和 $(16, 11)$ 。在這四個限制條件下，請選出正確的選項。

- (1) $ax + by$ 的最大值發生在 $(17, 13)$
- (2) $ax + by$ 的最小值發生在 $(16, 11)$
- (3) $ax + by$ 的最大值是 30
- (4) $ax + by$ 的最小值是 27

7. 有一筆統計資料，共有 11 個數據如下（不完全依大小排列）：

2, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 11, x 和 y ,

已知這些數據的算術平均數和中位數都是 6，且 x 小於 y 。請選出正確的選項。

- (1) $x + y = 14$
- (2) $y < 9$
- (3) $y > 8$
- (4) 標準差至少是 3

8. $f(x)$ 是一個首項係數為 1 的實係數三次多項式， k 是一個常數。已知當 $k < 0$ 或 $k > 4$ 時， $f(x) - k = 0$ 只有一個實根；當 $0 < k < 4$ 時， $f(x) - k = 0$ 有三個相異實根。請選出正確的選項。

- (1) $f(x) - 4 = 0$ 和 $f'(x) = 0$ 有共同實根
- (2) $f(x) = 0$ 和 $f'(x) = 0$ 有共同實根
- (3) $f(x) + 3 = 0$ 的任一實根大於 $f(x) - 6 = 0$ 的任一實根
- (4) $f(x) + 5 = 0$ 的任一實根小於 $f(x) - 2 = 0$ 的任一實根

三、選填題 (36%)

說明：A、B、C、D四題，請在答案卡的「解答欄」之列號(9-15)中標示答案。
每一題完全答對得9分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 有一四面體 $OABC$ ，它的一個底面 ABC 是邊長為 4 的正三角形，且知 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = a$ ；如果直線 OA 與直線 BC 間的公垂線段長(亦即此兩直線間的距離)是 $\sqrt{3}$ ，則 $a = \frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}}$ (以最簡分數表示)。

B. 彩票公司每天開獎一次，從 1、2、3 三個號碼中隨機開出一個。開獎時，如果開出的號碼和前一天相同，就要重開，直到開出與前一天不同的號碼為止。如果在第一天開出的號碼是 3，則在第五天開出號碼同樣是 3 的機率是 $\frac{\textcircled{11}}{\textcircled{12}}$ (以最簡分數表示)。

C. 坐標平面上有一個橢圓，已知在 $(8,4)$, $(9,11)$, $(15,5)$ 和 $(16,12)$ 這四個點中，有兩個是焦點，另外兩個是頂點，則此橢圓的半長軸長度等於 $\sqrt{\textcircled{13}\textcircled{14}}$ 。

D. 坐標平面上，當點 $P = (x, y)$ 在曲線 $y^2 + 2xy + x^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ 上變動時，點 P 到直線 $x - y + 4 = 0$ 的距離的最小值等於 $\sqrt{\textcircled{15}}$ 。