

國立中興大學附屬高級中學 112 學年度 第 1 學期 第 1 次興附盃 高一數學試題

一、多重選擇題（每題 10 分，共 30 分）（每題 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算）

【1】圓 $C: x^2 + y^2 = 1$ ，下列各點向圓 C 所引兩切線銳夾角為 60° 的點有那些？

- (1) (2,0) (2) (1,3) (3) (-1,-1) (4) $(1, \sqrt{3})$ (5) $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

Ans: 1,4,5

【2】設 $\Gamma: x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ 為坐標平面上的圓。試問下列哪些選項是正確的？

- (1) Γ 的圓心坐標為 (5,0)
 (2) Γ 上的點與直線 $L: 3x + 4y - 15 = 0$ 的最遠距離等於 4
 (3) 直線 $L_1: 3x + 4y + 15 = 0$ 與 Γ 相切
 (4) Γ 上恰有兩個點與直線 $L_2: 3x + 4y = 0$ 的距離等於 2
 (5) Γ 上恰有四個點與直線 $L_3: 3x + 4y - 5 = 0$ 的距離等於 2

Ans: 1,2,4

【3】坐標平面上有一以原點 O 為圓心的圓 C ，交直線 $x - y + 1 = 0$ 於 Q, R 兩點。已知圓 C 上有一點 P 使得 $\triangle PQR$ 為一正三角形。請選出正確的選項。

- (1) O 點與 P 點皆在 \overline{QR} 的中垂線上
 (2) P 點在第三象限
 (3) \overline{QR} 的中點坐標為 $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
 (4) 圓 C 的方程式為 $x^2 + y^2 = 2$
 (5) 直線 $x - y - 1 = 0$ 為圓 C 在 P 點的切線

Ans: 1,4

二、選填題（每題 7 分共 70 分）

說明：1. 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (4~19)。
 2. 第 A 至 J 題每題完全答對給 7 分。

【A】若直線 $3x + 4y + a = 0$ 與圓 $x^2 + y^2 + 2x - 6y + b = 0$ 切於一點 $P(c, 7)$ ，求 $a + b + c =$ _____ (4)(5)(6)

Ans: $a = -34, b = -15, c = 2 \quad a + b + c = -47$

【B】圓 $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ ，直線 $L_1: 3x + 4y + 1 = 0$ ，直線 $L_2: 4x - 3y + 5 = 0$ ，此三個圖形共有 _____ (7) _____ 個相異交點

Ans: 4

【C】 $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + kx - 1$ ， $g(x) = x^3 + kx^2 + 2x + 3$ ，若 $f(x) \times g(x)$ 中偶次方項係數和為奇次方項係數和的 2 倍，且 $k > 0$ ，求 $k =$ _____ (8)

Ans: $k = 3$

【D】 $x = \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{8}}}$ ，求 $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x + 3 = \underline{(9)\sqrt{(10)}}$ (最簡根式)

Ans: $4\sqrt{2}$

【E】 $2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 7 = (ax+b)(x^2+x+2)(2x-1) + c(x^2+x+2) + dx + e$
求 $a+b+d+e = \underline{(11)(12)}$

Ans: $a+b+d+e = -3$

【F】若將一多項式 $f(x) = (x+2)^4 - 3(x+2)^3 + (x+2)^2 + (x+2) + 19$ 表示成 $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 的形式，其中 a, b, c, d, e 皆為實數，則 $b+c+d = \underline{(13)(14)}$ 。

Ans: 數對 $(a, b, c, d, e) = (1, 5, 7, 1, 17)$ 。

【G】 $f(x) = x^7 - 50x^5 + 6x^4 + 4x^3 + 25x^2 - 30x + 6$ ，求 $f(7) = \underline{(15)(16)}$

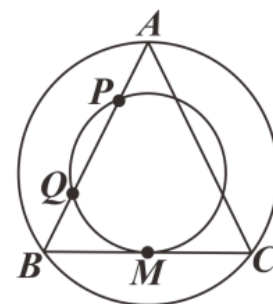
Ans: -8

【H】設多項式 $h(x)$ 被 $x^2 - 1$ 除後的餘式為 $3x + 4$ ，並且已知 $h(x)$ 有因式 x ，若 $h(x)$ 被 $x(x^2 - 1)$ 除後的餘式為 $px^2 + qx + r$ ，求 $p^2 - q^2 + r^2 = \underline{(17)}$ 。

Ans: 7

【I】如右圖，兩個同心圓，大圓半徑為 5，小圓半徑為 3，大圓有一內接三角形 ABC ，其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， \overline{BC} 切小圓於 M ，且 \overline{AB} 交小圓於 P, Q 兩點，試求 \overline{PQ} 的長度為 $\underline{(18)}$

Ans: 4



【J】已知坐標平面上有一個圓 $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$ 與兩條相異直線 $L_1: 3x - 4y = h$ ， $L_2: 3x - 4y = k$ ，已知這個圓與兩條直線分別交於 A, B 兩點及 C, D 兩點，若 A, B, C, D 恰好形成一個正方形，則 $h+k = \underline{(19)}$ 。

Ans: 8