

# 大學入學考試中心

## 九十二學年度學科能力測驗(補考)試題

### 數學考科

#### —作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單一選擇題 7 題，多重選擇題 5 題，填充題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液  
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的  $\boxed{3}$  劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>								

例：若多重選擇題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的  $\boxed{1}$  與  $\boxed{3}$  劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>								
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 填充題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須

分別在答案卡上的第 18 列的  $\boxed{3}$  與第 19 列的  $\boxed{8}$  劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的  $\boxed{-}$  與第 21 列的  $\boxed{7}$  劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
21	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

※試題後附有參考公式及可能用到的對數值與參考數值

## 第一部分：選擇題

### 壹、單一選擇題

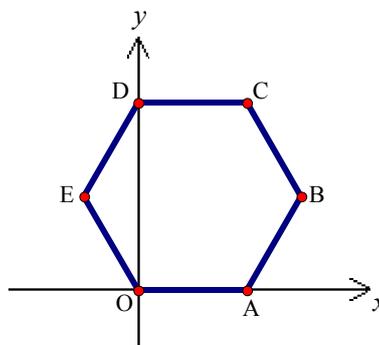
說明：第 1 至 7 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 若六位數  $92a92b$  可被 9 整除，則  $a+b$  之值可能為

- (1) 1                      (2) 3                      (3) 5                      (4) 7                      (5) 9

2. 如右圖， $OABCDE$  為坐標平面上正六邊形，其中  $O$  為原點， $A$  點坐標為  $(2,0)$ ，則向量  $\overrightarrow{DE}$  之坐標表法為

- (1)  $(1, \sqrt{3})$   
(2)  $(-1, -\sqrt{3})$   
(3)  $(\sqrt{3}, 1)$   
(4)  $(-\sqrt{3}, -1)$   
(5)  $(-1, \sqrt{3})$

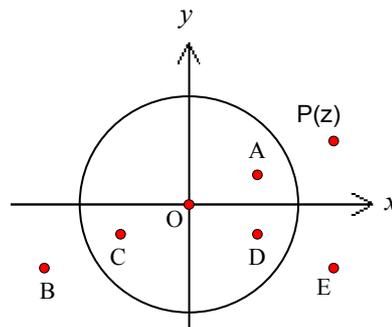


3. 下列選項當中何者的值最大？

- (1)  $\sin 20^\circ \cos 20^\circ$   
(2)  $\sin 35^\circ \cos 35^\circ$   
(3)  $\sin 50^\circ \cos 50^\circ$   
(4)  $\sin 65^\circ \cos 65^\circ$   
(5)  $\sin 80^\circ \cos 80^\circ$

4. 試問有多少個正整數  $n$  滿足  $100 \leq (1.5)^n \leq 500$  ?  
(1) 3 個            (2) 4 個            (3) 5 個            (4) 6 個            (5) 7 個
5. 某君在一廣場上從某一點出發，先往東北方前進 50 公尺後轉往正西方向行進，一段時間後測得原出發點在他的南偏東  $60^\circ$  方向；則此時他距原出發點大約  
(1) 35 公尺        (2) 43 公尺        (3) 50 公尺        (4) 71 公尺        (5) 87 公尺
6. 設坐標空間的原點為  $O$ ，點  $P$  的坐標為  $(3, 4, 7)$ 。若  $Q$  點在  $xy$ -平面上移動，問  $Q$  點為下列選項中哪一點時， $\angle POQ$  最小？  
(1)  $(3, 3, 0)$         (2)  $(3, 4, 0)$         (3)  $(4, 3, 0)$         (4)  $(5, 12, 0)$         (5)  $(12, 5, 0)$
7. 如右圖，複數  $z$  在平面上對應的點  $P$  在單位圓  $O$  的外部，問複數  $\frac{1}{z}$  對應的點大概是哪一點？

- (1) A  
(2) B  
(3) C  
(4) D  
(5) E



## 貳、多重選擇題

說明：第 8 至 12 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

8. 空間中兩相異球面的交集可能是

- (1) 空集合      (2) 一點      (3) 兩點      (4) 一圓      (5) 兩圓

9. 已知坐標平面上一拋物線  $C$  之對稱軸與坐標軸平行，且  $C$  通過 $(-1,6)$ 與 $(3,6)$ 兩點，試問下列哪些敘述是正確的？

- (1)  $C$  與  $x$ -軸必相交；  
(2)  $C$  與  $y$ -軸必相交；  
(3) 如果  $C$  通過 $(2,5)$ ，則可找到實數  $r \neq 2$  而  $C$  也通過 $(r,5)$ ；  
(4) 如果  $C$  通過 $(4,8)$ ，則可找到實數  $s \neq 8$  而  $C$  也通過 $(4,s)$ ；  
(5) 如果  $C$  通過 $(0,3)$ ，則  $C$  的頂點之  $y$ -坐標為 2。

10. 關於三次多項式  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$ ，試問下列哪些敘述是正確的？

- (1)  $f(x) = 0$  有實根落在 0 與 1 之間；  
(2)  $f(x) = 0$  有實根大於 1；  
(3)  $f(x) = 0$  有實根小於 -1；  
(4)  $f(x) = 0$  有實根也有虛根；  
(5)  $f(x) = 10$  有實數解。

11. 考慮坐標空間中三平面  $x+2y-3z=1$ ,  $x+3y-2z=-1$  及  $x+by+cz=1$

( $b, c$  為實數), 試問下列哪些敘述是正確的?

- (1) 當  $b=1, c=1$  時, 三平面沒有共同交點;
- (2) 當  $b=-1, c=1$  時, 三平面恰交於一點;
- (3) 當  $b=4, c=-1$  時, 三平面恰交於一點;
- (4) 當  $b=1, c=-4$  時, 三平面恰交於一直線;
- (5) 當  $b=2, c=-3$  時, 三平面恰交於一直線。

12. 九十一學年度指定科目考試約有 5 萬 4 千名考生報考「數學甲」, 考生得分情形 (由低至高) 如下表, 第一列為得分範圍 (均含下限不含上限), 第二列為得分在該區間之人數佔全體考生之百分比。

0~10	10~20	20~30	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
10.45	8.18	11.85	14.96	16.0	15.28	10.81	7.06	3.84	1.57

試問下列有關該次考試考生得分之敘述有哪些是正確的?

- (1) 全體考生得分之中位數在 40 分 (含) 與 50 分 (不含) 之間;
- (2) 全體考生得分 (由低至高) 之第一四分位數在 20 分 (含) 與 30 分 (不含) 之間;
- (3) 全體考生得分 (由低至高) 之第三四分位數在 50 分 (含) 與 60 分 (不含) 之間;
- (4) 不到三成的考生得分少於 30 分;
- (5) 如果將得分  $\geq 60$  分看成及格, 則有四成以上的考生成績及格。

## 第二部分：填充題

說明：1.第 A 至 H 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13–31)。  
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 某高中高三學生依選考類組分成三班，各班學生人數分別為 40, 25, 35 人，第一次段考數學科各班老師算出該班平均成績分別為 69, 78, 74 分，則這次考試全年級的平均成績是 13 14 分。(計算到整數為止，小數點以後四捨五入。)

B. 設多項式  $(x+1)^6$  除以  $x^2+1$  的餘式為  $ax+b$ ，則  $a = \underline{15 16}$ ， $b = \underline{17}$ 。

C. 解方程式  $\log_3 x^7 + \log_{\frac{1}{3}} x = 24$ ，得  $x = \underline{18 19}$ 。

D. 試問不等式  $(x^2 - 4x + 2)(2x - 5)(2x - 37) \leq 0$  有多少個整數解？

答：20 21 個。

E. 有一正四面體的公正骰子，四面點數分別為 1, 2, 3, 4。將骰子丟三次，底面的點數分別為  $a, b, c$ ，則這三個數可作為三角形三邊長的機率是  $\frac{22 23}{24 25}$ 。(化成最簡分數)

F. 設  $P$  為橢圓  $\Gamma: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  上的一點且位在上半平面。若  $F_1$ 、 $F_2$  為  $\Gamma$  之焦點，且  $\angle F_1PF_2$  為直角，則  $P$  點的  $y$ -坐標為  $\frac{\textcircled{26}}{\textcircled{27}}$ 。(化成最簡分數)

G. 設  $(a, b)$  為二次曲線  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$  上的點，則  $a^2 + b^2 - 2b$  的最大值為  $\frac{\textcircled{28}\textcircled{29}}{\quad}$ 。

H. 在坐標平面上，一道光線通過原點  $O$  後，沿著  $y$ -軸射向直線  $L: y = \frac{1}{2}x + 1$ ，碰到直線  $L$  後，假設光線依光學原理（入射角等於反射角）反射後通過  $x$ -軸上的  $R$  點，則  $R$  點的  $x$ -坐標為  $\frac{\textcircled{30}}{\textcircled{31}}$ 。(化成最簡分數)

### 參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. 通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ,  $x_2 \neq x_1$ .

3. 等比數列  $\langle ar^{n-1} \rangle$  的前  $n$  項之和  $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}$ ,  $r \neq 1$ .

#### 4. $\triangle ABC$ 的正弦及餘弦定理

(1)  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ,  $R$  為外接圓的半徑(正弦定理)

(2)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$  (餘弦定理)

#### 5. 統計公式：

算術平均數  $M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差  $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ； $\sqrt{3} \approx 1.732$ ； $\sqrt{5} \approx 2.236$ ； $\sqrt{6} \approx 2.449$ ； $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$