112學年度學科能力測驗

數學B考科選擇（填）題答案

題號	答案	題號		答案	題號	答案
1	1	13	13-1	7	19	／
2	2		13-2	3	20	／
3	4	14	14-1	9		
4	3		14-2	0		
5	5	15	15-1	2		
6	3		15-2	2		
7	4	16	16-1	6		
8	2,4		16-2	2		
9	3,4,5		16-3	5		
10	1,5	17	17-1	1		
11	1,4		17-2	0		
12	1,3		17-3	8		
		18	18-1	1		
			18-2	2		

※ 答案「／」者，表示該題為非選擇題。

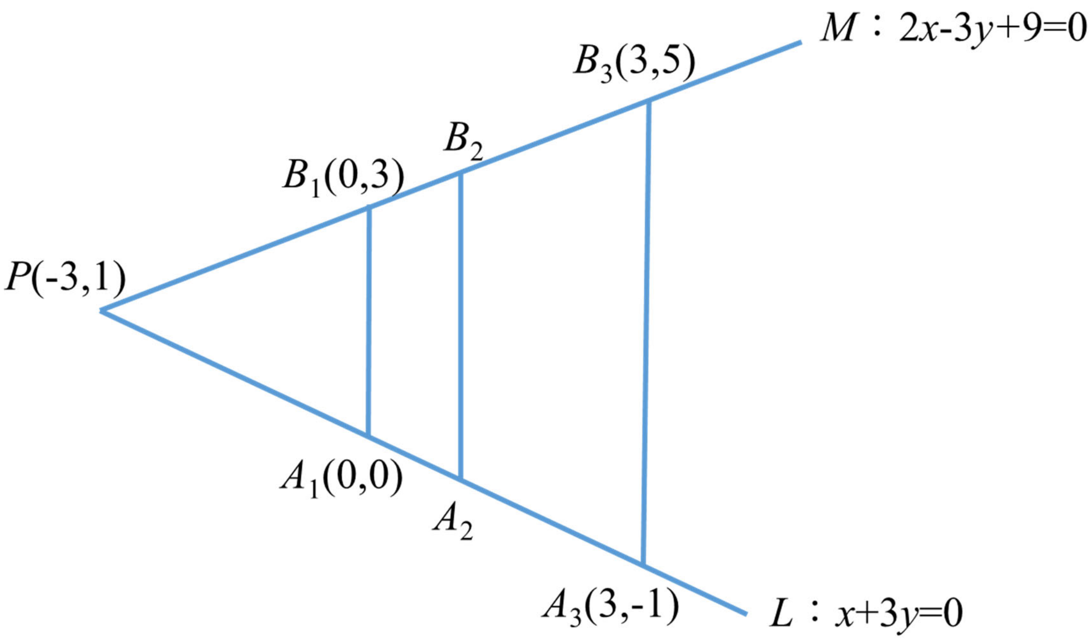
112 學年度學科能力測驗數學 B 考科
非選擇題滿分參考答案與評分原則

112 年學科能力測驗數學 B 考科的非選擇題共有 2 題，其中第 19 題每題為 6 分；第 20 題每題為 6 分，總計 12 分。

本文謹提供非選擇題各題滿分參考答案與評分原則供各界參考，詳細評分原則說明與部分學生作答情形，請參閱本中心將於 4 月 17 日出刊的第 336 期《選才電子報》。以下提供 112 年學科能力測驗數學 B 考科中，非選擇題各題的滿分參考答案及評分原則：

第 19 題

一、滿分參考答案：



解聯立方程式 $\begin{cases} 2x-3y+9=0 \\ x+3y=0 \end{cases}$，得 $P(-3,1)$。

【法一】

因為 $\overrightarrow{PA_3}=2\overrightarrow{PA_1}$，所以 A_1 為 P 與 A_3 的中點。由 $P(-3,1)$ 得 A_3 的坐標為 $(3,-1)$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}=6$，故 B_3 的坐標為 $(3,5)$。

【法二】

因為 $\Delta PA_1B_1 \sim \Delta PA_3B_3$ 、 $\overline{PA_3} = 2\overline{PA_1}$ ，所以 $\overline{PB_3} = 2\overline{PB_1}$ 。

因為 $P(-3,1)$ 得 B_3 的坐標為 $(3,5)$ 。

【法三】

因 $\overline{A_1B_1} = 3$ ，得 $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1} = 6$ 。

設 $B_3(x,y)$ ，所以 $A_3(x, y-6)$ ，將 A_3 代入 L 方程式，得 $x+3(y-6)=0$ ，

解聯立方程式 $\begin{cases} 2x-3y+9=0 \\ x+3(y-6)=0 \end{cases}$ ，得 B_3 的坐標為 $(3,5)$ 。

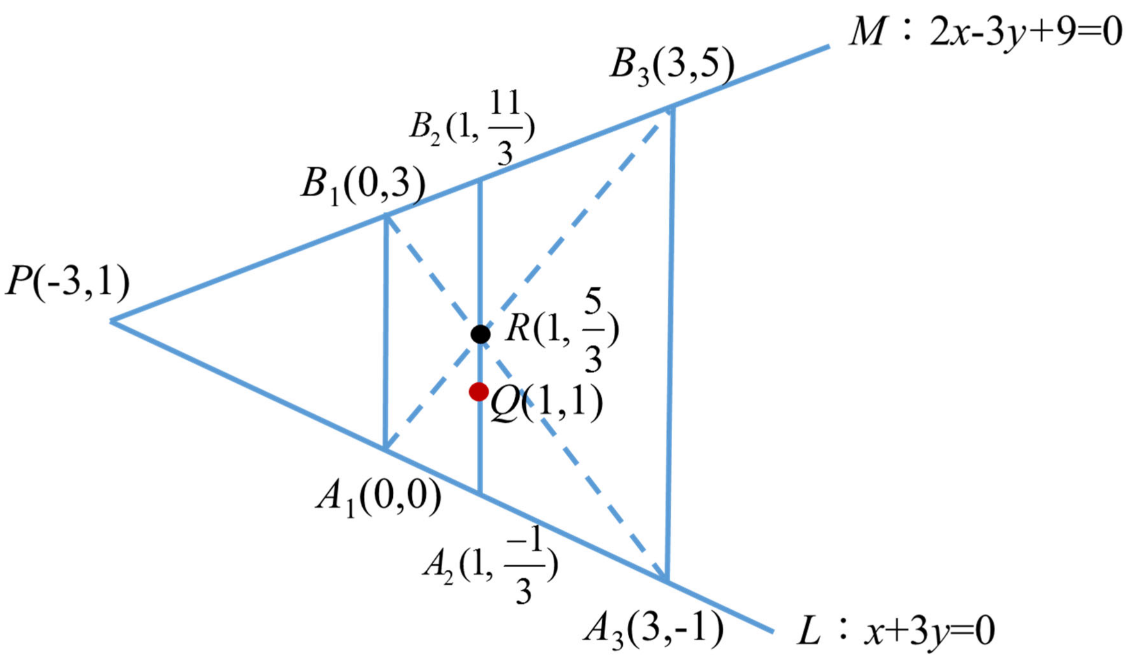
二、評分原則：

1.根據題意，能求解聯立方程式得 P 。

2.利用平行線截比例線段得 $\overline{PB_3} = 2\overline{PB_1}$ ，進而求出 B_3 ；或由 A_1 為 P 與 A_3 的中點，先求出 A_3 ，再利用 $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1} = 6$ 求得 B_3 。

第 20 題

一、滿分參考答案：



策略一：先求 $\overline{A_2B_2}$ 上的點

【法一】

設 $\overline{A_1B_3}$ 和 $\overline{A_3B_1}$ 的交點為 R，由題意知 $\overline{A_1B_1}$ 平行於 $\overline{A_3B_3}$，

故 $\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}$，所以 $\overline{A_1R}:\overline{RB_3}=1:2$。

由題意知 R 位於 $\overline{A_2B_2}$，且 $\overline{A_2B_2}$ 平行於 $\overline{A_3B_3}$，得 $\Delta A_1A_2R \sim \Delta A_1A_3B_3$，

故 $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}=1:2$。由分點公式得 $A_2(1,\frac{-1}{3})$。

同理可得 $\overline{B_1B_2}:\overline{B_2B_3}=1:2$，由分點公式得 $B_2(1,\frac{11}{3})$。

因為 $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2}=1:2$，由分點公式，計算 $\frac{2}{3}(1,\frac{-1}{3})+\frac{1}{3}(1,\frac{11}{3})$，得 $Q(1,1)$。

【法二】

設 $\overline{A_1B_3}$ 和 $\overline{A_3B_1}$ 的交點為 R，由 $\overleftrightarrow{A_1B_3}$ 和 $\overleftrightarrow{A_3B_1}$ 的直線方程式，

解聯立方程式 $\begin{cases}5x-3y=0\\4x+3y=9\end{cases}$，得 $R(1,\frac{5}{3})$。

因為 R 位於 $\overline{A_2B_2}$，且 $\overline{A_2B_2}$ 平行於 y 軸，以 $x=1$ 代入 $L:x+3y=0$，

得 $A_2(1,\frac{-1}{3})$。

因為 R 為 $\overline{A_2B_2}$ 中點，故 $\overline{A_2Q}:\overline{QR}=2:1$，

由分點公式，計算 $\frac{2}{3}(1,\frac{5}{3})+\frac{1}{3}(1,\frac{-1}{3})$，得 $Q(1,1)$。

【法三】

設 $\overline{A_1B_3}$ 和 $\overline{A_3B_1}$ 的交點為 R，由 $\overleftrightarrow{A_1B_3}$ 和 $\overleftrightarrow{A_3B_1}$ 的直線方程式，

解聯立方程式 $\begin{cases}5x-3y=0\\4x+3y=9\end{cases}$，得 $R(1,\frac{5}{3})$。

由題意知 $\overline{A_1B_1}$ 平行於 $\overline{A_3B_3}$，故 $\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}$，所以 $\overline{A_1R}:\overline{RB_3}=1:2$。

又 $\overline{A_1B_1}$、$\overline{A_2B_2}$ 和 $\overline{A_3B_3}$ 均為平行線，且 $\overline{A_1B_1}=3$ 和 $\overline{A_3B_3}=6$

得 $\overline{A_2B_2}=3\times\frac{2}{3}+6\times\frac{1}{3}=4$。

因為 R 為 $\overline{A_2B_2}$ 的中點，且 $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2}=1:2$，得 $\overline{QR}=\frac{2}{3}$。故 $Q(1,1)$。

【法四】

由題意知 $\overline{A_1B_1}$ 平行於 $\overline{A_3B_3}$，故 $\Delta RA_1B_1\sim\Delta RB_3A_3$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}$，所以 $\overline{A_1R}:\overline{RB_3}=1:2$。

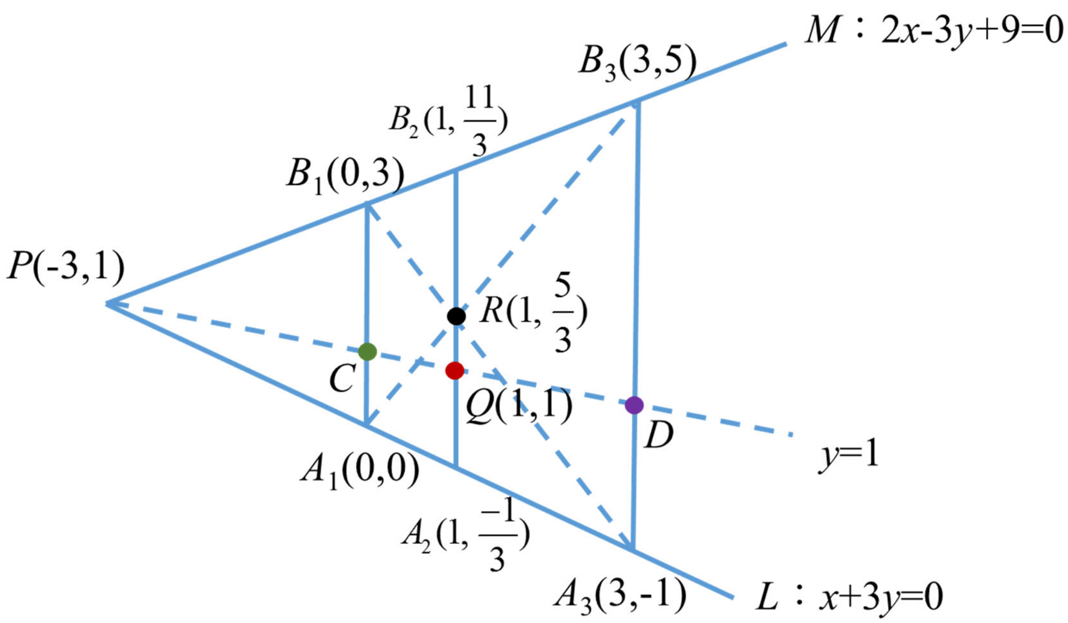
又 $\overline{A_1B_1}$、$\overline{A_2B_2}$ 和 $\overline{A_3B_3}$ 均為平行線，且 $\overline{A_1B_1}=3$ 和 $\overline{A_3B_3}=6$

得 $\overline{A_2B_2}=3\times\frac{2}{3}+6\times\frac{1}{3}=4$。

設 $Q(x,y)$，因為 $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2}=1:2$，所以 $A_2(x,y-\frac{4}{3})$、$B_2(x,y+\frac{8}{3})$，

分別代入 L、M 的方程式，解 $\begin{cases} x+3(y-\frac{4}{3})=0 \\ 2x-3(y+\frac{8}{3})+9=0 \end{cases}$，因此 $Q(1,1)$。

策略二：先求$\overrightarrow{PQ}$上的點



【法五】

設 $\overline{PQ}$和 $\overline{A_1B_1}$ 的交點為 C，因為 $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2}=1:2$，所以 $\overline{A_1C}:\overline{CB_1}=1:2$。

由分點公式，計算 $\frac{2}{3}(0,0)+\frac{1}{3}(0,3)$，得 $C(0,1)$。

設 $\overline{A_1B_3}$ 和 $\overline{A_3B_1}$ 的交點為 R，由題意知 $\overline{A_1B_1}$ 平行於 $\overline{A_3B_3}$，

故 $\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}$，所以 $\overline{A_1R}:\overline{RB_3}=1:2$。

由題意知 R位於 $\overline{A_2B_2}$，且 $\overline{A_2B_2}$平行於 $\overline{A_3B_3}$，得 $\Delta A_1A_2R \sim \Delta A_1A_3B_3$，

故 $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}=1:2$。又 $\overline{PA_1}=\overline{A_1A_3}$，因此 $\overline{PA_2}:\overline{PA_1}=4:3$。

因為 $\Delta PA_1C \sim \Delta PA_2Q$，得 $\overline{PQ}:\overline{PC}=4:3$。

所以 $\overrightarrow{PQ}=\frac{4}{3}[(0,1)-(-3,1)]=(4,0)$，得 $Q(1,1)$。

【法六】

設 $\overleftrightarrow{PQ}$ 與 $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_3B_3}$ 的交點分別為 C 、 D。因為 $A_3(3,-1), B_3(3,5)$ ，

且 $\overline{A_1C}:\overline{CB_1}=\overline{A_3D}:\overline{DB_3}=1:2$ ，得 $C(0,1)$ 、 $D(3,1)$

因為 $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}=1:2$ ，所以 $\overline{CQ}:\overline{QD}=1:2$ ，得 $Q(1,1)$ 。

二、評分原則：

1.可採策略一「先求 $\overline{A_2B_2}$ 上的點」利用平行線截比例線段推得出 A_2 、 B_2 、 R 、 $\overline{A_2B_2}=4$ 等四個訊息中的兩個，進而求出 Q。

2.可採策略二「先求 $\overleftrightarrow{PQ}$ 上的點」利用平行線截比例線段推得出 C，再利用線段比例 $\overline{PQ}:\overline{PC}=4:3$，進而求出 Q；亦或先求出 C、D 兩點，再用線段比例 $\overline{CQ}:\overline{QD}=1:2$，進而求出 Q。